

**НОВИКОВ Ф. В., ЖОВТОВРЮХ В. О.**

## **МЕТОДОЛОГІЯ АНАЛІТИЧНОГО ВИЗНАЧЕННЯ СИЛИ РІЗАННЯ ТА НАПРУЖЕННЯ РІЗАННЯ, УМОВИ ЇХ ЗМЕНШЕННЯ**

Метою дослідження є аналітичне визначення сили різання та напруження різання лезовими інструментами та умов їх зменшення на основі наукових положень опору матеріалів щодо методів розрахунку елементів конструкцій на міцність. Для цього аналітично встановлено максимальне тангенціальне напруження, що виникає в умовній площині зсуву оброблюваного матеріалу під дією сили різання, яка залежить від умов тертя стружки, що утворюється, із передньою поверхнею різального інструменту. За умов досягнення в зоні різання тангенціальними та нормальними напруженнями меж міцності на зсув і стиск оброблюваного матеріалу, аналітично визначено силу різання, її тангенціальну і радіальну складові, умовне напруження різання (енергоємність обробки), коефіцієнт різання. Розрахунками встановлено, що основною умовою зменшення сили різання та умовного напруження різання є збільшення умовного кута зсуву оброблюваного матеріалу, який змінюється в межах  $0...45^\circ$ . Це досягається через зменшення коефіцієнта тертя в зоні різання, збільшення позитивного переднього кута різального інструменту. Розрахунками також встановлено, що традиційно застосований параметр – коефіцієнт усадки стружки, який може змінюватися в межах  $1...8$ , дорівнює відношенню умовного напруження різання та межі міцності на стиск оброблюваного матеріалу. За даними експериментальних досліджень, розходження цих величин знаходиться в межах 10%, що вказує на достовірність отриманих в роботі теоретичних рішень та можливість їх практичного застосування. Це дозволяє аналітично визначити силу різання і умовне напруження різання (енергоємність обробки) та науково обґрунтовано підходити до вибору основних напрямів їх зменшення, що має важливе значення під час розроблення прогресивних технологічних процесів обробки матеріалів різанням сучасними різальними інструментами на металорізальних верстатах із числовим програмним управлінням типу "обробний центр".

**Ключові слова:** ріжучий інструмент, тангенціальне та нормальне напруження, енергоємність обробки, коефіцієнт усадки стружки, оброблюваний матеріал

**NOVIKOV F., ZHOVTOBRYUKH V.**

## **METHODOLOGY OF ANALYTICAL DETERMINATION OF CUTTING FORCE AND CUTTING STRESS, CONDITIONS FOR THEIR REDUCTION**

The purpose of the study is to analytically determine the cutting force and cutting stress by blade tools and the conditions for their reduction based on the scientific provisions of the resistance of materials regarding the methods of calculating structural elements for strength. For this purpose, the maximum tangential stress that occurs in the conditional shear plane of the processed material under the action of the cutting force, which depends on the friction conditions of the formed chip with the front surface of the cutting tool, was analytically determined. Provided that the shear and compression strength limits of the processed material are reached in the cutting zone by tangential and normal stresses, the cutting force, its tangential and radial components, the conditional cutting stress (processing energy intensity), and the cutting coefficient were analytically determined. The calculations established that the main condition for reducing the cutting force and conditional cutting stress is an increase in the conditional shear angle of the processed material, which varies within  $0...45^\circ$ . This is achieved by reducing the friction coefficient in the cutting zone, increasing the positive rake angle of the cutting tool. Calculations also established that the traditionally used parameter - the chip shrinkage coefficient, which can vary within  $1...8$ , is equal to the ratio of the conditional cutting stress and the compressive strength of the processed material. According to experimental studies, the difference between these values is within 10%, which indicates the reliability of the theoretical solutions obtained in the work and the possibility of their practical application. This allows analytically determining the cutting force and conditional cutting stress (processing energy intensity) and scientifically based approach to the choice of the main directions of their reduction, which is of great importance when developing progressive technological processes for processing materials by cutting with modern cutting tools on metal-cutting machines with numerical program control of the "machining center" type.

**Keywords:** cutting tool, tangential and normal stress, machining energy intensity, chip shrinkage coefficient, machined material

**Вступ.** Процеси обробки матеріалів різанням набули широкого застосування у виробництві різноманітної продукції, особливо, у таких наукомістких галузях, як авіаційна та автомобільна промисловість, медицина тощо. Це пов'язано з високими вимогами до якості, точності і продуктивності обробки високоміцних важкооброблюваних матеріалів, які використовують під час виробництва сучасних машин і систем. Тому і до процесів обробки матеріалів різанням пред'являються високі вимоги з погляду суттєвого зниження силової і теплової напруженості, забезпечення високопродуктивної та високоякісної обробки. Все це вимагає значного підвищення ефективності процесів обробки матеріалів різанням на основі наукових положень технічної механіки і, особливо, опору матеріалів щодо методів розрахунку елементів конструкцій на міцність. Однак, незважаючи на дуже значний час розвитку процесів обробки матеріалів різанням, і зараз ці методи ще не отримали практичного втілення, оскільки відсутні достатньо досконалі аналітичні підходи до проєктування та проведення структурної і параметричної оптимізації технологічних процесів. Розрахунки технологічних параметрів виконуються із застосуванням в основному експериментальних даних, а це не дозволяє повною мірою виявити та обґрунтувати оптимальні варіанти прийняття технологічних рішень щодо вибору раціональних параметрів обробки. Виходячи з цього, в роботі вирішується актуальне науково-практичне завдання розроблення методології аналітичного визначення сили різання та напруження різання лезовими інструментами та умов їх суттєвого зменшення, що є важливим для створення прогресивних технологічних процесів обробки матеріалів різанням.

**Аналіз основних досягнень та літератури.** Основним сучасним досягненням в розвитку процесів обробки матеріалів різанням є розроблені високопродуктивні методи високошвидкісного різання із застосування нових поколінь лезових різальних твердосплавних і керамічних інструментів та металорізальних верстатів із числовим програмним управлінням типу "обробний центр". За умов ефективного застосування вони дозволяють підвищити продуктивність обробки до 10 і більше разів із одночасним забезпеченням високих показників якості, точності і собівартості обробки. Однак досягти таких високих показників обробки на

практиці вдається не завжди. Це пов'язано, головним чином, із недостатнім техніко-економічним обґрунтуванням оптимальних умов обробки. Тому в сучасних роботах [1–3] значну увагу приділено цьому питанню. У результаті обґрунтовано перспективні напрями підвищення ефективності механічної обробки лезовими інструментами на різних технологічних операціях. У роботі [4] показано ефективність застосування в механообробці ріжучих інструментів із надтвердих матеріалів. У роботі [5] наведено важливі теоретичні рішення щодо можливостей зменшення сили та температури різання в умовах високошвидкісної обробки, що дозволило розробити та впровадити у виробництво сучасні технології високопродуктивної механічної обробки лезовими інструментами складнопрофільної формуючої оснастки для харчової промисловості. Питанням вибору оптимальних умов механічної обробки різанням присвячено роботи Гусарєва В. С. [6, 7], в яких показано важливість аналізу умов зменшення енергоємності обробки, що визначають напрями зменшення сили і температури різання та підвищення параметрів якості, точності і продуктивності обробки. При цьому вказано на значні труднощі щодо аналітичного визначення сили різання та енергоємності обробки. У роботах [8, 9] також розглянуто питання зменшення сили різання та енергоємності обробки, однак з погляду їх експериментального встановлення. Отже, наведені роботи вказують на необхідність аналітичного встановлення сили різання та напруження різання для подальшого виявлення найбільш перспективних напрямів підвищення ефективності процесу різання.

**Мета дослідження, постановка проблеми.** Метою дослідження є аналітичне визначення сили різання та напруження різання лезовими інструментами та умов їх зменшення на основі наукових положень опору матеріалів щодо методів розрахунків елементів конструкцій на міцність.

Для досягнення цієї мети необхідно:

- розробити методологію аналітичного визначення сили різання та напруження різання за умови досягнення в зоні різання тангенціальними та нормальними напруженнями меж міцності на зсув і стиск оброблюваного матеріалу;
- аналітично визначити та обґрунтувати напрями зменшення сили різання та умовного напруження різання за різних умов обробки лезовими інструментами;
- аналітично встановити зв'язок сили різання та умовного напруження різання із традиційно застосовуваним параметром – коефіцієнтом усадки стружки;
- експериментально оцінити достовірність отриманих теоретичних рішень, особливо, щодо встановленого зв'язку між силою різання та, відповідно, умовним напруженням різання і коефіцієнтом усадки стружки.

**Матеріали дослідження.** Для досягнення поставленої мети розглянемо розрахункову схему умов руйнування прямолінійного зразка під дією зосередженої поздовжньої сили стиску на основі наукових положень опору матеріалів.

Тангенціальне напруження, що виникає в умовній площині зсуву матеріалу зразка під дією зосередженої поздовжньої сили стиску  $P$  (рис. 1,а), дорівнює:

$$\tau = \frac{P \cdot \cos \beta}{l \cdot \epsilon} = \frac{P \cdot \cos \beta}{a \cdot \epsilon} \cdot \sin \beta = \frac{P \cdot \sin 2\beta}{2 \cdot a \cdot \epsilon}, \quad (1)$$

де  $a$ ,  $\epsilon$  – товщина і ширина зрізу, м;  $l = a / \sin \beta$  – довжина умовної площини зсуву матеріалу зразка, м;  $\beta$  – умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу.

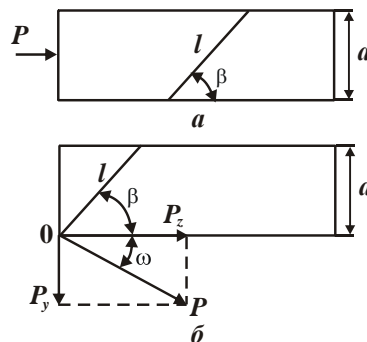


Рис. 1 – Розрахункові схеми умов руйнування прямолінійного зразка під дією зосередженої сили стиску  $P$  під кутом  $\omega = 0$  (а) і під кутом  $\omega > 0$  (б)

Максимальне тангенціальне напруження  $\tau_{max}$  досягається за умови  $\sin 2\beta = 1$  або  $2\beta = 90^0$ . Відповідно,  $\beta = 45^0$ . Тоді  $\tau_{max} = P / (2 \cdot a \cdot \epsilon)$ .

За умови  $\tau_{max} = \tau_{зсцв}$ , маємо:  $P = 2 \cdot a \cdot b \cdot \tau_{зсцв} = a \cdot b \cdot \sigma_{cm}$ , де  $\tau_{зсцв}$ ,  $\sigma_{cm}$  – відповідно, межі міцності на зсув і стиск матеріалу зразка, Н/м<sup>2</sup>.

Нормальне напруження дорівнює  $\sigma = P / (a \cdot b) = \sigma_{cm}$ . Отже, руйнування зразка відбувається під кутом  $\beta = 45^0$  за умови досягнення межі міцності на стиск матеріалу зразка  $\sigma_{cm}$ , що відповідає відомим експериментальним даним [10].

Розглянемо тепер випадок, коли сила стиску  $P$  діє на зразок під деяким кутом  $\omega$  (рис. 1,б).

Тангенціальне напруження, що виникає в умовній площині зсуву матеріалу зразка, від дії зосередженої сили  $P$  (рис. 1, б) в цьому випадку визначається:

$$\tau = \frac{P \cdot \cos(\beta + \omega)}{a \cdot b} \cdot \sin \beta = \frac{P}{2 \cdot a \cdot b} \cdot [\sin(2 \cdot \beta + \omega) - \sin \omega]. \quad (2)$$

Максимальне значення тангенціального напруження  $\tau_{max}$  досягається за умови  $\sin(2 \cdot \beta + \omega) = 1$  або  $(2 \cdot \beta + \omega) = 90^0$ . Відповідно,  $\beta = 45^0 - \omega / 2$ .

Як видно, зі збільшенням кута  $\omega$  умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta$  зменшується аж до нуля, що відрізняє даний випадок руйнування прямолінійного зразку під дією сили стиску  $P$  (рис. 1,б) від попереднього випадку (рис. 1,а). У результаті максимальне тангенціальне напруження  $\tau_{max}$  визначається залежністю:

$$\tau_{max} = \frac{P}{2 \cdot a \cdot b} \cdot (1 - \sin \omega). \quad (3)$$

Звідки, за умови  $\tau_{max} = \tau_{зсцв} \approx 0,5 \cdot \sigma_{cm}$ , можна визначити силу стиску  $P$ :

$$P = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot \tau_{зсцв}}{(1 - \sin \omega)} = \frac{a \cdot b \cdot \sigma_{cm}}{(1 - \sin \omega)}. \quad (4)$$

У даному випадку сила стиску  $P$  збільшується зі збільшенням кута  $\omega$ . При досягненні кута  $\omega = 90^0$  сила  $P \rightarrow \infty$ . Це пов'язано з тим, що сила  $P$  спрямована вертикально вниз. Дана умова є найважливішою умовою забезпечення високої міцності конструкцій виробів, що працюють під дією значних механічних навантажень, оскільки для руйнування виробу необхідно докласти велику силу  $P$ . Однак дана умова є найгіршою умовою для здійснення процесу різання, оскільки за досягнення кута  $\omega = 90^0$  максимальне тангенціальне напруження, що виникає в умовній площині зсуву оброблюваного матеріалу, приймає нульове значення ( $\tau_{max} \rightarrow 0$ ). Відділення стружки в цьому випадку не відбувається, оскільки умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta \rightarrow 0$ , а для забезпечення умови стружкоутворення необхідно, щоб кут  $\beta$  був більший за нуль і змінювався в межах  $0 < \beta < 45^0$ .

Найкращою умовою стружкоутворення під час різання є умова:  $\beta \rightarrow 45^0$ . Однак, реалізувати її, як показала практика обробки матеріалів різанням, фактично неможливо, оскільки неможливо досягти значення кута  $\omega \rightarrow 0$  та реалізувати схему навантаження зразка, показаного на рис. 1,а.

Що ж обмежує виконання цієї умови у процесі різання? На відміну від статичних умов навантаження механічних систем, у процесі різання безперервне відділення стружки від основної маси оброблюваного матеріалу відбувається внаслідок тертя оброблюваного матеріалу з передньою поверхнею ріжучого інструменту, тобто стружка сходить із зони різання вздовж передньої поверхні ріжучого інструменту. У результаті в процесі різання, поруч із виникненням тангенціальної складової сили різання  $P_z$ , яка, власне, формується внаслідок переміщення оброблюваного виробу чи ріжучого інструменту, виникає ще й радіальна складова сили різання  $P_y$ .

Якщо розглядати передній кут різального інструмента рівним нулю, то між складовими сили різання  $P_z$  і  $P_y$  існує зв'язок (рис 1,б):  $P_y / P_z = \tan \omega = f$ , де  $f$  – коефіцієнт тертя передньої поверхні різального інструменту з оброблюваним матеріалом. У цьому випадку кут  $\omega$  дорівнює умовному куту тертя оброблюваного матеріалу з передньою поверхнею ріжучого інструменту  $\psi$  ( $\tan \psi = f$ ).

Оскільки  $f < 1$ , то відношення  $P_z / P_y = \cot \omega = \cot \psi = 1 / f > 1$ . Це узгоджується з відомими експериментальними даними [8]. За умови  $\psi \rightarrow 0$  виконується умова  $P_z / P_y \rightarrow \infty$ , що відповідає значенню кута  $\omega \rightarrow 0$  та визначає шляхи максимального використання потенційних можливостей процесу різання.

Якщо розглядати передній кут ріжучого інструменту  $\gamma$  більше нуля (позитивним), то з фізичної точки зору він зменшує умовний кут тертя оброблюваного матеріалу з передньою поверхнею ріжучого інструменту  $\psi$ . У результаті кут  $\omega$  визначається  $\omega = \psi - \gamma$ . Тоді кут  $\beta = 45^0 - (\psi - \gamma) / 2$ .

За умови  $\gamma \rightarrow \psi$  кут  $\omega \rightarrow 0$  і з'являється можливість реалізації схеми навантаження зразка, яку представлено на рис. 1,а (без наявності несприятливого тертя на передній поверхні різального інструменту). Цим можна пояснити прагнення на практиці збільшувати позитивний передній кут на ріжучому інструменті до значення  $\gamma = 30^\circ$  і більше, щоб досягти умову  $\omega \rightarrow 0$ . Однак, такий же результат можна отримати, якщо зменшити коефіцієнт тертя  $f$  на передній поверхні ріжучого інструменту. Тоді передній кут  $\gamma$  можна зменшити до нульового та навіть негативного значення, що позитивно позначиться на стійкості та працездатності ріжучого інструменту.

Це узгоджується з практикою застосування різальних лезових алмазних інструментів, що характеризуються невеликим коефіцієнтом тертя [4]. У даному випадку передній кут інструменту, як правило, встановлюють рівним  $\gamma = 0 \dots -1^\circ$ , що одночасно забезпечує зменшення силової напруженості процесу різання та високу стійкість ріжучого інструменту.

Цим можна пояснити ефективність застосування абразивних інструментів у процесі різання, які, маючи невеликий коефіцієнт тертя  $f$  (особливо, алмазно-абразивні інструменти) дозволяють здійснювати ефективну обробку за наявності значних негативних передніх кутів на ріжучих абразивних або алмазних зернах. Однак, при цьому необхідно враховувати те, що абразивні інструменти працюють в умовах інтенсивного тертя оброблюваного матеріалу зі зв'язкою інструменту, а це призводить до збільшення силової і теплової напруженості процесу різання та можливої появи припикань, мікротріщин та інших температурних та механічних дефектів на оброблених поверхнях, тобто до зниження якості обробки. Отже, виникаючі несприятливі явища під час абразивної обробки (шліфуванні) пов'язані, першою чергою, не з негативними передніми кутами ріжучих зерен, а з наявністю інтенсивного тертя зв'язки абразивного інструменту з оброблюваним матеріалом.

Таким чином, з урахуванням кута  $\omega = \psi - \gamma$  і кута  $\beta = 45^\circ - \omega/2$  залежність (3) набуває вигляду:

$$\tau_{max} = \frac{P}{2 \cdot a \cdot \epsilon} \cdot [1 - \cos(90^\circ - \omega)] = \frac{P}{a \cdot \epsilon} \cdot \sin^2\left(45^\circ - \frac{\omega}{2}\right) = \frac{P}{a \cdot \epsilon} \cdot \sin^2 \beta. \quad (5)$$

З урахуванням співвідношення  $\tau_{max} = \tau_{зсув} \approx 0,5 \cdot \sigma_{cm}$ , маємо:

$$P = \frac{a \cdot \epsilon \cdot \sigma_{cm}}{2 \cdot \sin^2 \beta}. \quad (6)$$

Як видно, чим більше умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta$ , тим менше сила різання  $P$  і вище ефективність процесу різання.

Тангенціальна складова сили різання  $P_z$  з урахуванням залежностей (4) і (6) визначиться:

$$P_z = P \cdot \cos(\psi - \gamma) = \frac{a \cdot \epsilon \cdot \sigma_{cm} \cdot \cos(90^\circ - 2 \cdot \beta)}{2 \cdot \sin^2 \beta} = \frac{a \cdot \epsilon \cdot \sigma_{cm} \cdot \sin 2\beta}{2 \cdot \sin^2 \beta} = \frac{a \cdot \epsilon \cdot \sigma_{cm}}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (7)$$

Виходячи із залежності (7), тангенціальна складова сили різання  $P_z$  змінюється аналогічно силі різання  $P$ : зі збільшенням кута  $\beta$  безперервно зменшується.

Умове напруження різання (енергоємність обробки)  $\sigma = P_z / (a \cdot \epsilon)$ , виходячі із залежності (7), приймає вигляд:

$$\sigma = \frac{\sigma_{cm}}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (8)$$

У результаті прийшли до дуже простої залежності, згідно якої величини  $\sigma$  і  $\sigma_{cm}$  пов'язані між собою лише функцією  $\operatorname{tg} \beta$ . Чим більше кут  $\beta$ , тим менше величина  $\sigma$ . Відповідно, відношення  $\sigma / \sigma_{cm} = \operatorname{ctg} \beta$ . Оскільки кут  $\beta$  змінюється в межах  $0 < \beta < 45^\circ$ , то відношення  $\sigma / \sigma_{cm} = \operatorname{ctg} \beta$  завжди більше одиниці і лише за умови  $\beta \rightarrow 45^\circ$  наближається до одиниці.

Отже відношення  $\sigma / \sigma_{cm} = \operatorname{ctg} \beta$  в залежності від кута  $\beta$  змінюється в межах від нескінченності до одиниці. Очевидно, в умовах абразивної обробки відношення  $\sigma / \sigma_{cm} = \operatorname{ctg} \beta$  приймає значно більші значення, ніж в умовах обробки лезовими інструментами. Таким чином, залежність (8) однозначно визначає фізичну сутність процесу різання і справедлива як для умов обробки лезовими інструментами, так і абразивними інструментами.

Коефіцієнт різання  $K_{piz} = P_z / P_y$ , відповідно до розрахункової схеми, показаної на рис. 1,а, визначається:

$$K_{piz} = \frac{P_z}{P_y} = \frac{P \cdot \cos \omega}{P \cdot \sin \omega} = \operatorname{ctg} \omega = \operatorname{ctg}(90^\circ - 2\beta) = \operatorname{tg} 2\beta. \quad (9)$$

Оскільки умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta$  змінюється в межах  $0 \dots 45^\circ$ , то коефіцієнт різання  $K_{pi3} = P_z / P_y$  змінюється в межах  $0 \dots \infty$ . Виходячи з цього, можна зробити висновок, що кут  $\beta$  протилежно впливає на коефіцієнт різання  $K_{pi3} = P_z / P_y = tg2\beta$  і відношення  $\sigma / \sigma_{cm} = ctg\beta$ : чим більше  $K_{pi3} = P_z / P_y$ , тим менше  $\sigma / \sigma_{cm}$ , а також енергоємність обробки, що відповідає відомим експериментальним даним [6, 11].

У табл. 1 наведено розрахункові значення функції  $tg\beta$ , що входить до залежності (7), та функції  $tg2\beta = K_{pi3}$  зі зміною умовного кута зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta$ .

Таблиця 1 – Розрахункові значення функцій  $tg\beta$  і  $tg2\beta$ 

$\beta$ , градус	0	10	20	30	40	45
$tg\beta$	0	0,176	0,364	0,577	0,839	1,0
$tg2\beta$	0	0,364	0,839	1,732	5,671	$\infty$

Порівнюючи значення  $tg\beta$  і  $tg2\beta$ , можна бачити, що  $tg2\beta \gg tg\beta$ , особливо, за умови  $\beta > 20^\circ$ , коли функція  $tg2\beta > 1$  і досягає нескінченного значення (за умови  $\beta = 45^\circ$ ).

Для встановлення зв'язку тангенціальної складової сили різання  $P_z$  та умовного напруження різання (енергоємності обробки)  $\sigma$  з коефіцієнтом різання  $K_{pi3} = P_z / P_y$ , слід виразити аналітично в залежності (7) функцію  $tg\beta$  через функцію  $tg2\beta = K_{pi3}$ . Для цього скористаємося відомою тригонометричною залежністю

$$tg2\beta = \frac{2 \cdot tg\beta}{1 - tg^2\beta}, \text{ яку можна подати у вигляді квадратного рівняння відносно невідомої функції } tg\beta:$$

$$tg^2\beta + \frac{2}{tg2\beta} \cdot tg\beta - 1 = 0. \quad (10)$$

Рішення квадратного рівняння (10):

$$tg\beta = \frac{tg2\beta}{\sqrt{1 + tg^2 2\beta} + 1} = \frac{K_{pi3}}{\sqrt{1 + K_{pi3}^2} + 1}. \quad (11)$$

Після підстановки залежності (11) у залежність (7), маємо:

$$P_z = \frac{a \cdot \epsilon \cdot \sigma_{cm}}{K_{pi3}} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + K_{pi3}^2}\right). \quad (12)$$

За умови  $K_{pi3} > 1$ , що виконується під час лезової обробки, залежність (12) приймає вигляд:  $P_z = a \cdot \epsilon \cdot \sigma_{cm}$ , згідно якому тангенціальна складова сили різання  $P_z$  фактично не залежить від коефіцієнта різання  $K_{pi3}$  та приймає сталі значення. У цьому випадку умовне напруження різання (енергоємність обробки) дорівнює  $\sigma = P / (a \cdot \epsilon) = \sigma_{cm}$ , тобто фактично дорівнює межі міцності на стиск оброблюваного матеріалу  $\sigma_{cm}$ . Це вказує на те, що фактично досягаються умови руйнування оброблюваного матеріалу під дією сили стиску за розрахунковою схемою, показаною на рис. 1,а, тобто виконується умова  $\omega = 0$ .

У загальному випадку умовне напруження різання (енергоємність обробки)  $\sigma$ , виходячи із залежності (12), приймає вигляд:

$$\sigma = \frac{\sigma_{cm}}{K_{pi3}} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + K_{pi3}^2}\right). \quad (13)$$

Із залежності (13) випливає, що умовне напруження різання  $\sigma$  зі зміною коефіцієнта різання  $K_{pi3}$  змінюється аналогічно зміні тангенціальної складової сили різання  $P_z$ : асимптотичне зменшується до значення  $\sigma_{cm}$ , що відповідає умові  $K_{pi3} \rightarrow \infty$ . За умови  $K_{pi3} \rightarrow 0$  величина  $\sigma \rightarrow \infty$ . Отже, під час абразивної обробки, коли  $K_{pi3} < 1$ , величина  $\sigma$  приймає значення, які значно більше  $\sigma_{cm}$ , а під час лезової обробки, коли  $K_{pi3} > 1$ , приймає значення, які близькі до  $\sigma_{cm}$ . Звідси, з погляду зменшення силової напруженості процесу різання, впливає ефективність застосування обробки лезовими інструментами, що однозначно підтверджується експериментальними даними [1].

Радіальна складова сили різання  $P_y$  аналітично описується:

$$P_y = \frac{P_z}{K_{pi3}} = \frac{P_z}{tg 2\beta} = \frac{a \cdot \sigma_{cm}}{tg \beta \cdot tg 2\beta} \quad (14)$$

або із урахуванням залежності (12):

$$P_y = \frac{a \cdot \sigma_{cm}}{K_{pi3}^2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + K_{pi3}^2}\right). \quad (15)$$

Аналогічно параметрам  $P_z$  і  $\sigma$ , радіальна складова сили різання  $P_y$  зі збільшенням умовного кута зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta$  і коефіцієнта різання  $K_{pi3}$  асимптотично зменшується до нульового значення, оскільки  $tg 2\beta \rightarrow \infty$ . Таку умову можна реалізувати під час обробки лезовими інструментами, коли  $\beta \rightarrow 45^\circ$ .

Функцію  $tg \beta$ , яка входить у наведені розрахункові залежності, можна виразити відомою формулою Тіме А. М. [2]:

$$tg \beta = \frac{\cos \gamma}{K_L - \sin \gamma}, \quad (16)$$

де  $K_L$  – коефіцієнт усадки стружки або укорочення стружки, що визначається експериментально ( $K_L \geq 1$ ).

Залежність (16) відображає сутність умов деформування оброблюваного матеріалу в процесі різання. Чим більше коефіцієнт усадки стружки або укорочення стружки  $K_L$ , тим менше умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta$ .

Із урахуванням залежності (16) умовне напруження різання (енергоємність обробки)  $\sigma$  приймає вигляд:

$$\sigma = \sigma_{cm} \cdot \frac{(K_L - \sin \gamma)}{\cos \gamma}. \quad (17)$$

Як видно, зі збільшенням коефіцієнта усадки стружки  $K_L$  функція  $tg \beta$  зменшується, що вказує на зменшення кута  $\beta$  і, відповідно, збільшення умовного напруження різання (енергоємності обробки)  $\sigma$ .

Для нульового переднього кута інструмента ( $\sin \gamma = 0$ ;  $\cos \gamma = 1$ ) справедливе відношення  $K_L = 1/tg \beta$ . Тоді  $\sigma = \sigma_{cm} \cdot K_L = \sigma_{cm} / tg \beta$ . У результаті прийшли до залежності (8): умовне напруження різання  $\sigma$  прямо пропорційне пов'язане з коефіцієнтом усадки стружки  $K_L$ . Більшим значенням  $\sigma$  відповідають більші значення  $K_L$ .

За суттю, коефіцієнт усадки стружки  $K_L$  визначає, у скільки разів умовне напруження різання  $\sigma$  перевищує межу міцності на стиск оброблюваного матеріалу  $\sigma_{cm}$ . Виходячи із цього, основною умовою зменшення умовного напруження різання  $\sigma$  є зменшення коефіцієнта усадки стружки  $K_L$ .

Оскільки коефіцієнт усадки стружки  $K_L$  дорівнює відношенню  $\sigma / \sigma_{cm} = ctg \beta$ , то це відкриває нові можливості для аналізу фізичної сутності процесу різання. Знаючи величину  $K_L$ , за залежністю (16) нескладно визначити умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta$  та в подальшому, за наведеними в роботі аналітичними залежностями, визначити умовне напруження різання (енергоємність обробки)  $\sigma$ , відношення  $\sigma / \sigma_{cm} = ctg \beta$ , коефіцієнт різання  $K_{pi3}$ , силу різання  $P$  та її складові  $P_z$  і  $P_y$ .

Із залежності (13) також випливає, що збільшення коефіцієнта усадки стружки  $K_L$  обумовлене зменшенням коефіцієнта різання  $K_{pi3} < 1$ . Тоді залежність (13) з урахуванням залежності (17) для нульового переднього кута ріжучого інструмента можна виразити так:

$$K_L = \frac{1}{K_{pi3}} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + K_{pi3}^2}\right). \quad (18)$$

У табл. 2 наведено розраховані на основі залежності (18) значення коефіцієнта усадки стружки  $K_L$ .

Таблиця 2 – Розрахункові значення коефіцієнта усадки стружки  $K_L$

$K_{pi3}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	1	2	5
$K_L$	$\infty$	20	10	6,8	5,2	4,2	3,2	2,4	1,6	1,2

Зі збільшенням коефіцієнта різання  $K_{pi3}$  коефіцієнт усадки стружки  $K_L$  зменшується. Як відомо [8], під час точіння коефіцієнт усадки стружки  $K_L$  може змінюватися в межах 1 ... 8. Отже, за цих умов коефіцієнт різання  $K_{pi3}$  може приймати значення  $K_{pi3} < 1$  і  $K_{pi3} > 1$ . За умови  $K_{pi3} < 1$  коефіцієнт усадки стружки  $K_L$  значно збільшується. Тому для його зменшення та підвищення ефективності обробки необхідно реалізувати

умови збільшення коефіцієнта різання  $K_{piz} > 1$  шляхом зменшення радіальної складової сили різання  $P_y$ , обумовленої тертям стружки з передньою поверхнею різця. Це досягається зменшенням коефіцієнта тертя  $f$ , збільшенням позитивного переднього кута інструменту  $\gamma$  та забезпеченням високої гостроти його леза, забезпеченням умов дроблення стружки в зоні різання або зміною кута сходу стружки з передньої поверхні інструменту, застосовуючи для цього умови косокутного різання тощо [12].

Для підтвердження отриманих теоретичних рішень в табл. 3 наведено експериментальні значення коефіцієнта усадки стружки  $K_L$  в залежності від швидкості різання  $V$  під час точіння заготовок із загартованої сталі 45 різцями із ельбору-Р за умов обробки: подача  $S = 0,04$  мм/об; глибина різання  $t = 0,2$  мм [8]. В табл. 3 також наведено розрахункові значення параметрів  $\beta$ ,  $K_{piz} = tg 2\beta$ ,  $\sigma / \sigma_{cm} = 1 / tg\beta$ , функції  $tg\beta$ .

Таблиця 3 – Значення параметрів  $K_L$ ,  $\beta$ ,  $K_{piz} = tg 2\beta$ ,  $\sigma / \sigma_{cm} = 1 / tg\beta$ , функції  $tg\beta$

$V$ , м/хв	50	100	150	200	250	300
$K_L$	3,0	3,0	2,7	2,5	2,4	2,3
$\beta$ , градус	17,0	17,0	19,0	20,5	22,0	22,5
$tg\beta$	0,3057	0,3057	0,3443	0,3805	0,404	0,421
$K_{piz} = tg 2\beta$	0,6745	0,6745	0,7813	0,8693	0,9657	1,0
$\sigma / \sigma_{cm} = 1 / tg\beta$	3,271	3,271	2,9	2,755	2,48	2,44

Як видно, зі збільшенням швидкості різання  $V$  коефіцієнт усадки стружки  $K_L$  зменшується, а умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta$ , навпаки, збільшується, що вказує на зменшення силової напруженості процесу різання. При цьому величини  $K_L$  і  $\sigma / \sigma_{cm} = 1 / tg\beta$  незначно відрізняються (в межах 10 %). Це підтверджує достовірність отриманих теоретичних рішень та можливість їх застосування під час розроблення прогресивних технологічних процесів обробки матеріалів різанням сучасними різальними інструментами на металорізальних верстатах із числовим програмним управлінням типу "обробний центр" [13].

**Висновки.** У роботі розроблено методологію аналітичного визначення сили різання та напруження різання лезовими інструментами та умов їх зменшення на основі наукових положень опору матеріалів щодо методів розрахунків елементів конструкцій на міцність. Для цього аналітично встановлено максимальне тангенціальне напруження, що виникає в умовній площині зсуву оброблюваного матеріалу під дією сили різання, яка залежить від умов тертя стружки, що утворюється, із передньою поверхнею різального інструменту. За умови досягнення в зоні різання тангенціальними та нормальними напруженнями меж міцності на зсув і стиск оброблюваного матеріалу, аналітично визначено силу різання, її тангенціальну і радіальну складові, умовне напруження різання (енергоємність обробки), коефіцієнт різання. Розрахунками встановлено, що основною умовою зменшення параметрів силової напруженості процесу різання є збільшення умовного кута зсуву оброблюваного матеріалу, який змінюється в межах  $0 \dots 45^\circ$ . Це досягається через зменшення коефіцієнта тертя в зоні різання, збільшення позитивного переднього кута різального інструменту. Розрахунками також встановлено, що традиційно застосовуваний параметр – коефіцієнт усадки стружки, який може змінюватися в межах  $1 \dots 8$ , дорівнює відношенню умовного напруження різання та межі міцності на стиск оброблюваного матеріалу. За даними експериментальних досліджень, розходження цих величин знаходиться в межах 10%, що вказує на достовірність отриманих в роботі теоретичних рішень та можливість їх практичного застосування. Це дозволяє аналітично визначити сили різання і умовне напруження різання (енергоємність обробки) та науково обґрунтовано підійти до вибору напрямів їх зменшення, що має важливе значення під час розроблення прогресивних технологічних процесів обробки матеріалів різанням сучасними різальними інструментами на металорізальних верстатах із числовим програмним управлінням типу "обробний центр".

#### Список літератури:

1. Высокопроизводительная чистовая лезвийная обработка деталей из сталей высокой твердости / С. А. Клименко, А. С. Манохин, М. Ю. Копейкина и др.; под ред. С. А. Клименко. Киев: ИСМ имени В. Н. Бакуля, 2018. 304 с.
2. Интегрированные процессы обработки материалов резанием : учебник [для высш. учебн. заведений] / А. И. Грабченко, В. А. Залого, Ю. Н. Внуков и др.; под общ. ред. А. И. Грабченко и В. А. Залого. Сумы: Университетская книга, 2017. 451 с.
3. Шелковой А., Ключко А., Набока Е. Имитационное моделирование в задачах механосборочного производства. Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. 528 с.
4. Лавріненко В. І., Новіков М. В. Надтверді матеріали в механообробці / за ред. М. В. Новікова. Київ: ІНМ ім. В. М. Бакуля НАН України, 2013. 456 с.
5. Полянский В. И. Теоретическое обоснование условий уменьшения силовой и тепловой напряженности механической обработки. Захист металургійних машин від поломок : Збірник наук. праць. Маріуполь: ДВНЗ "ГДТУ", 2011. Вип. 13. С. 188–192.
6. Гусарев В. С., Яровий Ю. В. Дослідження питомої роботи формування при точінні. Праці Одеського політехнічного університету. Одеса: ОНПУ, 2010. Вип. 1(33) – 2(34). 61–65.

7. Новиков Ф. В., Жовтобрюх В. А., Гусарев В. С., Наддачин В. Б., Якимов А. А., Андилахай А. А., Сергеев А. С., Новиков Д. Ф. Инновационное развитие современных технологий : монография. Днепр : ЛИРА, 2021. 480 с.
8. Коломиец В. В. Точение закаленных сталей резцами из эльбора-Р. Том 3 "Резание материалов лезвийными инструментами", часть 2, глава 1. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / под общ. ред. Ф. В. Новикова и А. В. Якимова. В десяти томах. Одесса: ОНПУ, 2003. С. 157–226.
9. Зубарь В. П., Тимчук А. Г., Чопенко М. В. Лезвийная обработка закаленных сталей и чугунов взамен шлифования. Сучасні технології в машинобудуванні. Зб. наук. праць. Харків: НТУ "ХПІ". Вип. 5. 2010. С. 32–38.
10. Чихладзе Е. Д. Опір матеріалів. Харків: УкрДАЗТ, 2002. 362 с.
11. Novikov F., Polyansky V., Shkurupiy V., Novikov D., Hutorov A., Ponomarenko Ye., Yermolenko O. O., Yermolenko O. A. Determining the conditions for decreasing cutting force and temperature during machining. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Series: Engineering Technological Systems. 2019. Vol. 6. No. 1(102). Pp. 41–50. DOI: <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/183882>
12. Якимов О. В., Марчук В. І., Лінчевський П. А., Якимов О. О., Ларшин В. П. Технологія машино- та приладобудування : підручник. Луцьк: Редакційно-видавничий відділ ЛДТУ, 2005. 712 с.
13. Жовтобрюх В. О. Підвищення ефективності механічної обробки деталей гідравлічних систем шляхом вибору раціональних параметрів операцій за критерієм собівартості : автореф. ... канд. техн. наук : 05.02.08. – Маріуполь, 2012. – 21 с.

**Bibliography (transliterated):**

1. High-performance finishing blade machining of parts made of high-hardness steels / S. A. Klimentko, A. S. Manokhin, M. Yu. Kopeikina et al.; edited by S. A. Klimentko. Kyiv: ISM named after V. N. Bakul, 2018. 304 p.
2. Integrated processes of materials cutting: textbook [for higher education institutions] / A. I. Grabchenko, V. A. Zaloga, Yu. N. Vnukov et al.; edited by A. I. Grabchenko and V. A. Zaloga. Sumy: University Book, 2017. 451 p.
3. Shelkovoy A., Klochko A., Naboka E. (2015) Simulation modeling in mechanical assembly production problems. Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing. 528.
4. Lavrinenko V. I., Novikov M. V. (2013) Superhard materials in mechanical processing / edited by M. V. Novikov. Kyiv: V. M. Bakul Institute of Metallurgy, NAS of Ukraine. 456.
5. Polyansky V. I. (2011) Theoretical substantiation of conditions for reducing the force and thermal stress of mechanical processing. Protection of metallurgical machines from breakdowns: Collection of sciences. work. Mariupol: DVNZ "PDTU". No. 13. 188–192.
6. Gusarev V. S., Yarovyi Yu. V. (2010) Research on the specific work of forming during turning. Proceedings of the Odessa Polytechnic University. Odessa: ONPU. No. 1(33)–2(34). 61–65.
7. Novikov F. V., Zhovtobryukh V. A., Gusarev V. S., Naddachin V. B., Yakimov O. O., Andilakhai O. O., Serhieiev O. S., Novikov D. F. (2021) Innovative development of modern technologies: monograph. Dnepr: LIRA, 2021. 480.
8. Kolomiets V. V. (2003) Turning of hardened steels with elbor-R cutters. Volume 3 "Cutting materials with blade tools", part 2, chapter 1. Physical and mathematical theory of materials processing processes and mechanical engineering technology / edited by F. V. Novikov and A. V. Yakimov. In ten volumes. Odessa: ONPU. 157–226.
9. Zubar V. P., Timchuk A. G., Chopenko M. V. (2010) Blade processing of hardened steels and cast irons instead of grinding. Modern technologies in mechanical engineering. Collection of scientific works. Kharkiv: NTU "KhPI". No. 5. 32–38.
10. Chikhladze E. D. Resistance of materials (2002) Kharkiv: UkrDAZT. 362.
11. Novikov F. V., Polyansky V., Shkurupiy V., Novikov D., Hutorov A., Ponomarenko Ye., Yermolenko O. O., Yermolenko O. A. (2019) Determining the conditions for decreasing cutting force and temperature during machining. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Series: Engineering Technological Systems. Vol. 6. No. 1(102). Pp. 41–50. DOI: <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/183882>
12. Yakimov O. V., Marchuk V. I., Linchevsky P. A., Yakimov O. O., Larshin V. P. (2005) Technology of mechanical and instrument-making: textbook. Lutsk: Editorial and publishing department of LDТУ. 712
13. Zhovtobryukh V. O. (2012) Increasing the efficiency of mechanical processing of hydraulic system parts by choosing rational operation parameters based on the cost criterion: author's abstract ... candidate of technical sciences: 05.02.08. Mariupol. 21.

*Надійшла (received) 02.10.2025*

*Відомості про авторів / About the Authors*

**Новиков Федір Васильович (Novikov Fedir)** – доктор технічних наук, професор кафедри здорового способу життя, технологій і безпеки життєдіяльності Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця, м. Харків; тел.: +38-067-68-90-342; e-mail: [novikovfv@i.ua](mailto:novikovfv@i.ua) ORCID: 0000-0001-6996-3356

**Жовтобрюх Валерій Олексійович (Zhovtobryukh Valeriy)** – кандидат технічних наук, доцент закладу вищої освіти кафедри автомобільного транспорту та транспортних технологій Філії Класичного приватного університету у м. Кременчук; тел. +38-050-32-02-704; e-mail: [td@varius.com.ua](mailto:td@varius.com.ua) ORCID: 0009-0007-2438-6082