

В. В. ГЕРАСИМ, В. Г. ОХРЕМ

НОВІ АСПЕКТИ ФІЗИКИ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОГО ОХОЛОДЖЕННЯ

Запропоновано моделі термоелектричних холодильників Пельтьє, в яких гілки p - і n - провідностей розташовані в лінію і з'єднані між собою встик або за посередництвом мідної перемички. Розраховані температури стиків гілок між собою і між гілками і мідною перемичкою. Розрахунки виконані за допомогою пакета математичних програм MAPLE. Одержані залежності температур T_1 і T_2 від густини електричного струму для двох випадків. Проведено оцінку глибини охолодження цих пристроїв. Досліджено також вплив ефекту Томсона на ці температури. Викладені результати розрахунків потребують експериментального підтвердження і поглиблення теоретичних досліджень: необхідно провести більш глибокі дослідження з порушених у статті питань з метою з'ясування механізмів охолодження, підбору термоелектриків, геометричних розмірів структурних елементів холодильників. У статті зроблено аналіз отриманих результатів, надано практичні рекомендації.

Ключові слова: ефект Пельтьє, ефект Томсона, термоелектричний холодильник Пельтьє, глибина охолодження, теплопровідність, електропровідність.

В. В. ГЕРАСИМ, В. Г. ОХРЕМ

НОВЫЕ АСПЕКТЫ ФИЗИКИ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

Предложены модели термоэлектрических холодильников Пельтье, в которых ветви p - и n - проводимостей расположены в линию и соединены между собой встык или посредством медной перемычки. Рассчитаны температуры стыков ветвей между собой и между ветвями и медной перемычкой. Расчеты выполнены с помощью пакета математических программ MAPLE. Полученные зависимости температур T_1 и T_2 от плотности электрического тока для двух случаев. Проведена оценка глубины охлаждения этих устройств. Исследовано также влияние эффекта Томсона на эти температуры. Изложенные результаты расчетов требуют экспериментального подтверждения и углубления теоретических исследований: необходимо провести более глубокие исследования по затронутым в статье вопросам с целью выяснения механизмов охлаждения, подбора термоэлектриков, геометрических размеров структурных элементов холодильников. В статье сделан анализ полученных результатов, даны практические рекомендации.

Ключевые слова: эффект Пельтье, эффект Томсона, термоэлектрический холодильник Пельтье, глубина охлаждения, теплопроводность, электропроводность.

V. V. GERASIM, V. G. OKRIM

NEW ASPECTS OF THERMOELECTRIC COOLING PHYSICS

Models of thermoelectric refrigerators of the Peltier model in which the branches of p - and n - conductivity are located in a line and are connected to each other by means of a copper jumper. The temperature of the joints of the branches between each other and between the branches and the copper jumper are calculated. Calculations are made using the package of mathematical programs MAPLE. Temperature dependences of T_1 and T_2 on the density of electric current are obtained for two cases. An estimation of cooling depth of these devices is carried out. The effect of Thomson's effect on these temperatures has also been studied. The presented results of calculations require experimental confirmation and deepening of theoretical studies: it is necessary to carry out more in-depth studies of the issues raised in the article in order to find out the mechanisms of cooling, selection of thermoelectrics, and the geometric dimensions of the structural elements of refrigerators. The article analyzes the obtained results, provides practical recommendations.

Keywords: Peltier effect, Thomson effect, Peltier thermoelectric fridge, cooling depth, thermal conductivity, electrical conductivity.

Вступ. Напівпровідниковий термоелектричний холодильник (ТХ) Пельтьє складається з двох напівпровідникових гілок n - і p - провідностей, які можуть бути розташовані послідовно (в лінію) і з'єднані між собою встик (рис. 1, а), або паралельно і з'єднані комутаційною (мідною) перемичкою (рис. 1, б). На практиці частіше застосовується ТХ, в якому гілки розташовані паралельно. Цей ТХ зручний для використання, тому що має досить велику холодильну площадку і тому охолоджуваний об'єкт може мати досить великі розміри.

Цей варіант ТХ був запропонований і детально вивчений А. Ф. Іоффе з співробітниками в середині минулого століття [1-4]. Він широко застосовується і в наш час в різних областях науки і техніки. Дослідженню і застосуванню цих холодильників присвячена велика кількість робіт (див., наприклад, [5-9]). Серед цих робіт є і роботи одного із авторів даної публікації [11-15].

Вважається, що спосіб з'єднання гілок не впливає (або слабо впливає) на глибину охолодження. Більш того, вплив перемички на ефект охолодження взагалі

не досліджувався. Основні вимоги, що пред'являються до перемички полягають у тому, що вона повинна мати високі теплопровідність і електропровідність. Зазвичай матеріалом служить мідь, яка задовольняє цим вимогам. Температура перемички вважається постійною і рівною T_0 . Таким чином, перемичка є елементом конструкції ТХ, який в охолодженні участі не бере.

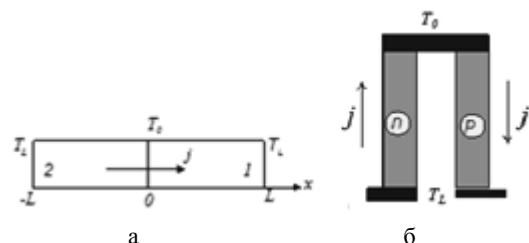


Рис. 1 – Схема напівпровідникового термоелектричного холодильника: а - з'єднання гілок ТХ встик, б - з'єднання гілок за допомогою металевий перемички

Між тим на з'єднаннях торців гілок з металом утворюються контакти, на яких виділяється або поглинається (в залежності від напрямку струму) в найбільшій кількості тепло Пельтьє [10]. Тому цікавим є врахування впливу перемички на ефект охолодження. Звичайно, дослідити цей вплив, використовуючи схему ТХ, зображену на рис. 1, б важко, оскільки потрібно вважати, що і струм, і температура двовимірні. При цьому задача сильно ускладнюється і в аналітичному вигляді не може бути розвязана. Тому в роботі розглянута інша схема (див. рис. 2), яка з одного боку якось доповнить відомі результати, а з іншого - призведе до результатів, які раніше не були відомі.

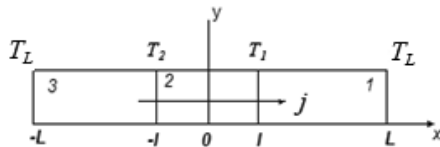


Рис.2 - Схема ТХ, що складається з двох напівпровідникових гілок 3 (n-тип), 1 (p-тип) і мідної перемички 2. T_L - температура гарячої сторони (термостата) ТХ, T_1 і T_2 - температури стиків, L і l - лінійні розміри, j - густина електричного струму

Крім того в статті зроблено розрахунок розподілу температури з урахуванням впливу ефекту Томсона на величину зниження температури. Нижче проведені ці дослідження і отримані нові результати.

1. Дослідження роботи лінійного ТХ Е.Х. Ленца

Пристрій, схема якого зображена на рис.1, а, вперше застосував Е. Х. Ленц в 1838 р. для демонстрації ефекту Пельтьє. На стику гілок, виготовлених з вісмуту і сурми, в невеликому заглибленні він розміщував краплю води, яка при одному напрямку струму випаровувалася, а при протилежному - замерзала. Ця стаття присвячена дослідженню різних варіантів цього пристрою. У зв'язку з цим цей пристрій назвемо термоелектричним холодильником Ленца.

Розглянемо модель холодильника, зображеного на рис.1, а. У припущенні, що температури в гілках 1 і 2 одновимірні, знаходимо їх розподіли:

$$T_1(x) = -\frac{1}{2}b_1x^2 + \frac{1}{2}\frac{L^2b_1 - 2T_0 + 2T_L}{L}x + T_0,$$

$$T_2(x) = -\frac{1}{2}b_2x^2 - \frac{1}{2}\frac{L^2b_2 - 2T_0 + 2T_L}{L}x + T_0.$$

В цих формулах T_0 - температура стику, T_L - температура термостата, L - довжини гілок, $b_1 = \rho_1 j^2 / \kappa_1$, $b_2 = \rho_2 j^2 / \kappa_2$; $\kappa_1, \kappa_2, \rho_1, \rho_2$ - питомі теплопровідності і опори матеріалів гілок.

З рівняння $-\kappa_1 \frac{L^2b_1 - 2T_0 + 2T_L}{2L} + \alpha_1 T_0 j = \kappa_2 \frac{L^2b_2 - 2T_0 + 2T_L}{2L} + \alpha_2 T_0 j$, яке виражає собою умову рівності теплових потоків на стику гілок 1 і 2, знайдемо температуру T_0 :

$$T_0 = \frac{1}{2} \frac{L^2(b_1\kappa_1 + b_2\kappa_2) + 2T_L(\kappa_1 + \kappa_2)}{Lj(\alpha_1 - \alpha_2) + \kappa_1 + \kappa_2}.$$

Графічна залежність T_0 від густини електричного струму, що отримана за допомогою пакету математичних програм MAPLE, наведена на рис.3. Для розрахунків обрані такі матеріальні і розмірні константи:

$$\alpha_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ В/К}, \alpha_2 = -2 \cdot 10^{-4} \text{ В/К}, \kappa_1 = \kappa_2 = 0.02 \text{ Вт/см} \cdot \text{К}, \rho_2 = 10^3 \text{ Ом} \cdot \text{см}, L = 0.5 \text{ см}, T_L = 300 \text{ К}.$$

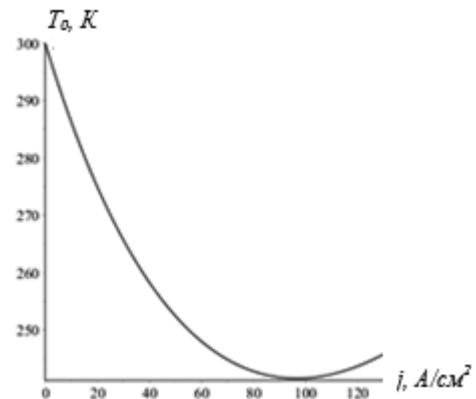


Рис.3 - Крива залежності температури стику від густини електричного струму

Як видно з рис. 3 глибина охолодження в цій простій моделі становить близько 60 К. Цей же результат виходить і в випадку, зображеному на рис. 1, б.

2. Термоелектричне охолодження з урахуванням ефекту Томсона

З фізичної точки зору цікавим є врахування впливу тепла Томсона на глибину охолодження. Вже згадана модель дає можливість це зробити. Нагадаємо, що ефект Томсона - це виділення або поглинання додаткового до тепла Джоуля тепла, яке з'являється при одночасній наявності градієнта температури і вектора густини електричного струму. Виділення або поглинання залежить від того колінеарні чи антиколінеарні ці вектори. З урахуванням явища Томсона диференціальні рівняння теплопровідності матимуть вигляд:

$$\kappa_i \cdot \frac{d^2 T_i}{dx^2} + \tau_i \cdot j \cdot \frac{dT_i}{dx} + \rho_i \cdot j^2 = 0,$$

де i - номер гілки ТХ, τ_i - коефіцієнт ефекта Томсона. За визначенням $\tau_i = T_i \cdot d\alpha_i / dT$, α_i - термоЕДС. В рівнянні теплопровідності другий член являє собою ефект Томсона. Видно, що, якщо термоЕДС постійна, то ефект Томсона відсутній. В попередньому випадку ми вважали, що термоЕДС постійна. Тому там ефект Томсона був відсутній. Насправді термоЕДС від температури залежить. Але, якщо вважати τ_i постійним, то тоді з виразу $\tau_i = T_i \cdot d\alpha_i / dT$ випливає, що $\alpha_i = \alpha_k + \tau_i \cdot \ln T_i / T_k$, де T_k - температура на одному з кінців i - гілки, α_k - термоЕДС на цьому кінці.

Розподіл температур в гілках ТХ за умов постійності τ_i мають вигляд:

$$T_1(x) = \frac{e^{-a_1 x} (Lb_1 - T_0 a_1 + T_L a_1)}{a_1 (e^{-a_1 L} - 1)} - \frac{b_1}{a_1} x - \frac{e^{-a_1 L} T_0 a_1 + Lb_1 + T_L a_1}{a_1 (e^{-a_1 L} - 1)},$$

$$T_2(x) = \frac{e^{-a_2 x} (Lb_2 + T_0 a_2 - T_L a_2)}{a_2 (e^{-a_2 L} - 1)} - \frac{b_2}{a_2} x - \frac{e^{-a_2 L} T_0 a_2 + Lb_2 - T_L a_2}{a_2 (e^{-a_2 L} - 1)}.$$

Температуру стику, як і вище, знайдемо за умови рівності теплових потоків на границі областей 1 і 2. Ця умова має вигляд:

$$-\kappa_1 \left(\frac{Lb_1 - T_0 a_1 + T_L a_1}{e^{-a_1 L} - 1} - \frac{b_1}{a_1} \right) + \alpha_1 T_0 j =$$

$$= -\kappa_2 \left(-\frac{Lb_2 + T_0 a_2 - T_L a_2}{e^{-a_2 L} - 1} - \frac{b_2}{a_2} \right) + \alpha_2 T_0 j.$$

Для знаходження T_0 потрібно задати залежність термоерс від температури. Але, оскільки, τ_i - постійне, то має бути $\alpha_i = \alpha_k + \tau_i \cdot \ln T_i / T_k$. При такій залежності термоерс від температури знайти T_0 в аналітичному вигляді неможливо. Однак, якщо врахувати, що τ_i (10^5 - 10^6) В/К, то другим членом в виразі $\alpha_i = \alpha_k + \tau_i \cdot \ln T_i / T_k$ можна знехтувати. И тоді $\alpha_i \approx \alpha_k$, тобто термоерс буде також постійною. Тоді для шуканої температури одержимо: $T_0 = A/B$,

де

$$A = -(e^{-a_1 L} T_L a_1 a_2^2 \kappa_2 - e^{-a_1 L} e^{-a_2 L} a_1 b_2 \kappa_2 + e^{-a_1 L} e^{-a_2 L} a_2 b_1 \kappa_1 -$$

$$- L a_1 a_2 b_1 \kappa_1 + L a_1 a_2 b_2 \kappa_2 + e^{-a_1 L} T_L a_1 a_2^2 \kappa_1 - T_L a_2 a_1^2 \kappa_1 -$$

$$- T_L a_1 a_2^2 \kappa_2 + e^{-a_1 L} a_1 b_2 \kappa_2 - e^{-a_2 L} a_2 b_1 \kappa_1 + e^{-a_1 L} a_1 b_2 \kappa_2 -$$

$$- e^{-a_2 L} a_2 b_1 \kappa_1 + L e^{-a_1 L} a_1 a_2 b_1 \kappa_1 - L e^{-a_2 L} a_1 a_2 b_2 \kappa_2 - a_1 b_2 \kappa_2 +$$

$$+ a_2 b_1 \kappa_1),$$

$$B = a_1 a_2 (j \alpha_1 e^{-a_1 L} e^{-a_2 L} - j \alpha_2 e^{-a_1 L} e^{-a_2 L} -$$

$$- j \alpha_1 e^{-a_1 L} - j \alpha_2 e^{-a_2 L} - j \alpha_2 e^{-a_1 L} -$$

$$- a_1 \kappa_1 e^{-a_2 L} - a_2 \kappa_2 e^{-a_1 L} + \alpha_1 j - \alpha_2 j + a_1 \kappa_1 + a_2 \kappa_2).$$

В цих виразах прийнято:

$$\tau_1 = 10^{-5} \text{ В/К},$$

$$b_1 = \rho_1 j^2 / \kappa_1, \quad b_2 = \rho_2 j^2 / \kappa_2, \quad a_1 = \tau_1 j / \kappa_1, \quad a_2 = \tau_2 j / \kappa_2,$$

$$\tau_2 = -10^{-5} \text{ В/К}, \quad L = 0.5 \text{ см}, \quad T_L = 300 \text{ К};$$

$$\rho_1 = \rho_2 = 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{см}, \quad \kappa_1 = \kappa_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/К} \cdot \text{см},$$

$$\alpha_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ В/К}, \quad \alpha_2 = -2 \cdot 10^{-4} \text{ В/К}.$$

З порівняння двох залежностей температури стику від густини струму (рис. 3 і 4) видно, що наявність ефекту Томсона призводить до значного підсилення ефекту зниження температури: глибина охолодження збільшується більш ніж в півтора рази. Тут потрібно, звичайно, мати на увазі поправку на те, що кінетичні характеристики термоелектриків не можуть бути постійними в такому широкому інтервалі температур. Потрібно пам'ятати також про те, що розрахунки наближені. Однак в цілому отримані результати вказують на те, що наявність ефекту Томсона призводить до посилення ефекту

охолодження. Тому необхідний пошук термоелектриків, які цим ефектом володіють.

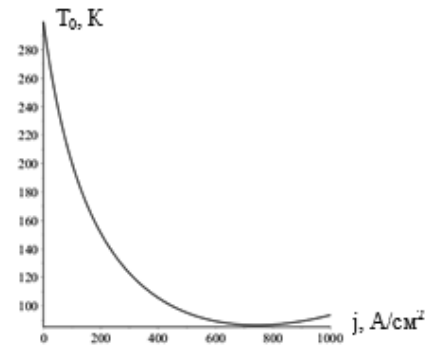


Рис.4 - Крива залежності температури стику від густини електричного струму при наявності ефекту Томсона

3. Лінійний ТХ Ленца з перемичкою

Розглянемо пристрій, схема якого представлена на рис. 2. У цьому пристрої гілки р - і n - провідності 1 і 3 розташовані в лінію і з'єднані між собою мідною перемичкою 2. Поперечні розміри всіх частин ТХ однакові. Розподіл температур в гілках і перемичці легко знаходяться. Вони мають вигляд:

$$T_1(x) = -\frac{1}{2} b_1 x^2 + \frac{1}{2} \frac{b_1 (L^2 - l^2) + 2(T_L - T_1)}{L-l} x -$$

$$-\frac{1}{2} \frac{b_1 L l (L-l) + 2(T_L l - T_1 L)}{L-l},$$

$$T_2(x) = -\frac{1}{2} b_2 x^2 + \frac{1}{2} \frac{(T_L - T_1)}{l} x +$$

$$+ \frac{1}{2} b_2 l^2 + \frac{1}{2} (T_1 + T_2),$$

$$T_3(x) = -\frac{1}{2} b_3 x^2 + \frac{1}{2} \frac{b_3 (L^2 - l^2) + 2(T_L - T_2)}{L-l} x -$$

$$-\frac{1}{2} \frac{b_3 L l (L-l) + 2(T_L l - T_2 L)}{L-l}.$$

Температури стиків між гілками і мідною перемичкою також знаходяться з умов зшивання по тепловому потоку. Ці температури мають такий вигляд:

$$T_1 = A/C, \quad T_2 = B/C,$$

$$A = \frac{1}{2} (2L^3 j l a_2 b_1 \kappa_1 - 2L^3 j l a_3 b_1 \kappa_1 - 6L^2 j l^2 a_2 b_1 \kappa_1$$

$$+ 4L^2 j l^2 a_2 b_2 \kappa_2 + 6L^2 j l^2 a_3 b_1 \kappa_1 - 4L^2 j l^2 a_3 b_2 \kappa_2$$

$$+ 6L j l^3 a_2 b_1 \kappa_1 - 8L j l^3 a_2 b_2 \kappa_2 - 6L j l^3 a_3 b_1 \kappa_1$$

$$+ 8L j l^3 a_3 b_2 \kappa_2 - 2j l^4 a_2 b_1 \kappa_1 + 4j l^4 a_2 b_2 \kappa_2$$

$$+ 2j l^4 a_3 b_1 \kappa_1 - 4j l^4 a_3 b_2 \kappa_2 + L^3 b_1 \kappa_1 \kappa_2 + L^3 b_2 \kappa_2 \kappa_3$$

$$- 3L^2 l b_1 \kappa_1 \kappa_2 + 2L^2 l b_1 \kappa_1 \kappa_3 + 4L^2 l b_2 \kappa_2^2 - 3L^2 l b_2 \kappa_2 \kappa_3$$

$$+ 4L j l T_L a_2 \kappa_1 - 4L j l T_L a_3 \kappa_1 + 3L l^2 b_1 \kappa_1 \kappa_2 - 4L l^2 b_1 \kappa_1 \kappa_3$$

$$- 8L l^2 b_2 \kappa_2^2 + 4L l^2 b_2 \kappa_2 \kappa_3 + 3L l^2 b_3 \kappa_2 \kappa_3 - 4j l^2 T_L a_1 \kappa_3$$

$$+ 4j l^2 T_0 a_2 \kappa_1 + 4j l^2 T_0 a_3 \kappa_1 - l^3 b_1 \kappa_1 \kappa_2 + 2l^3 b_1 \kappa_1 \kappa_3$$

$$+ 4l^3 b_2 \kappa_2^2 - 4l^3 b_2 \kappa_2 \kappa_3 - l^3 b_3 \kappa_2 \kappa_3 + 2L T_L \kappa_1 \kappa_2$$

$$+ 2L T_L \kappa_1 \kappa_3 - 2l T_L \kappa_1 \kappa_2 + 4l T_L \kappa_1 \kappa_3 - 2l T_L \kappa_2 \kappa_3),$$

$$\begin{aligned}
C = & 2L^2 j^2 l \alpha_1 \alpha_2 - 2L^2 j^2 l \alpha_1 \alpha_3 - 2L^2 j^2 l \alpha_2^2 + 2L^2 j^2 l \alpha_2 \alpha_3 \\
& - 4Lj^2 l^2 \alpha_1 \alpha_2 + 4Lj^2 l^2 \alpha_1 \alpha_3 + 4Lj^2 l^2 \alpha_2^2 - 4Lj^2 l^2 \alpha_2 \alpha_3 \\
& + 2j^2 l^3 \alpha_1 \alpha_2 - 2j^2 l^3 \alpha_1 \alpha_3 - 2j^2 l^3 \alpha_2^2 + 2j^2 l^3 \alpha_2 \alpha_3 \\
& + L^2 j \alpha_1 \kappa_2 - L^2 j \alpha_3 \kappa_2 - 2Lj l \alpha_1 \kappa_2 + 2Lj l \alpha_1 \kappa_3 + 2Lj l \alpha_2 \kappa_1 \\
& - 2Lj l \alpha_2 \kappa_3 - 2Lj l \alpha_3 \kappa_1 + 2Lj l \alpha_3 \kappa_2 + j l^2 \alpha_1 \kappa_2 - 2j l^2 \alpha_1 \kappa_3 \\
& - 2j l^2 \alpha_2 \kappa_1 + 2j l^2 \alpha_2 \kappa_3 + 2j l^2 \alpha_3 \kappa_1 - j l^2 \alpha_2 \kappa_3 + L \kappa_1 \kappa_2 \\
& + L \kappa_2 \kappa_3 - l \kappa_1 \kappa_2 + 2l \kappa_1 \kappa_3 - l \kappa_2 \kappa_3,
\end{aligned}$$

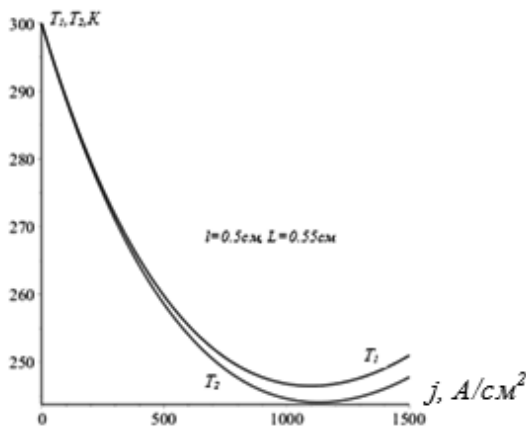
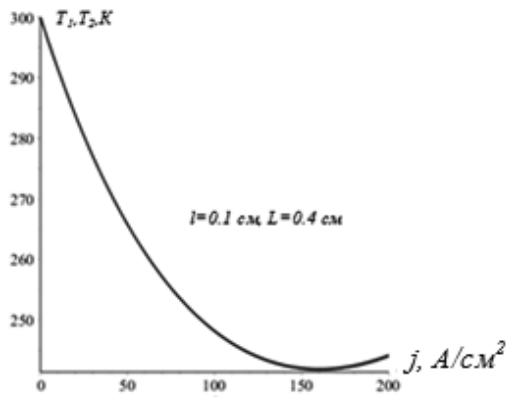


Рис.5 - Залежність температур стиків T_1 і T_2 від густини струму при різних довжинах гілок і перемички

$$\begin{aligned}
B1 = & \frac{1}{2} (2L^3 j l \alpha_1 b_3 \kappa_2 - 2L^3 j l \alpha_2 b_3 \kappa_3 + 4L^2 j l^2 \alpha_1 b_2 \kappa_2 \\
& - 6L^2 j l^2 \alpha_1 b_3 \kappa_3 - 2L^2 j l^2 \alpha_2 b_2 \kappa_2 + 6L^2 j l^2 \alpha_2 b_3 \kappa_3 - 8Lj l^3 \alpha_1 b_1 \kappa_2 \\
& + 6Lj l^3 \alpha_1 b_3 \kappa_3 + 8L^3 j l \alpha_2 b_2 \kappa_2 - 6Lj l^3 \alpha_2 b_3 \kappa_3 + 4j l^4 \alpha_1 b_2 \kappa_2 \\
& - 2j l^4 \alpha_1 b_3 \kappa_3 - 4j l^4 \alpha_2 b_2 \kappa_2 + 2j l^4 \alpha_2 b_3 \kappa_3 + L^3 b_1 \kappa_1 \kappa_2 \\
& + L^3 b_3 \kappa_2 \kappa_3 - 3L^2 l b_1 \kappa_1 \kappa_2 + 4L^2 l b_2 \kappa_2^2 + 2L^2 l b_3 \kappa_1 \kappa_3 \\
& - 3L^2 l b_3 \kappa_2 \kappa_3 + 4Lj l T_1 \alpha_1 \kappa_3 - 4Lj l T_2 \alpha_2 \kappa_2 + 3Ll^2 b_1 \kappa_1 \kappa_2 \\
& + 4Ll^2 b_2 \kappa_1 \kappa_2 - 8Ll^2 b_2 \kappa_1 \kappa_2 - 4Ll^2 b_3 \kappa_1 \kappa_3 + 3Ll^2 b_3 \kappa_2 \kappa_3 \\
& - 4j l^2 T_1 \alpha_1 \kappa_3 + 4j l^2 T_2 \alpha_2 \kappa_3 - l^3 b_1 \kappa_1 \kappa_2 - 4l^3 b_2 \kappa_1 \kappa_2 \\
& + 4l^3 b_2 \kappa_2^2 + 2l^3 b_3 \kappa_1 \kappa_3 - l^3 b_3 \kappa_2 \kappa_3 + 3L T_1 \kappa_1 \kappa_2 \\
& + 2L T_2 \kappa_2 \kappa_3 - 2l T_1 \kappa_1 \kappa_3 - 4l T_2 \kappa_1 \kappa_3 - 2l T_2 \kappa_2 \kappa_3).
\end{aligned}$$

Для числових розрахунків використані наступні значення матеріальних констант:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 = & 2 \cdot 10^{-4} \text{ В / см}, \alpha_2 = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ В / см}, \\
\alpha_3 = & -2 \cdot 10^{-4} \text{ В / см}, \kappa_1 = 0.02 \text{ Вт / см} \cdot \text{К},
\end{aligned}$$

$$\kappa_2 = 0.4 \text{ Вт / см} \cdot \text{К}, \kappa_3 = 0.02 \text{ Вт / см} \cdot \text{К},$$

$$\rho_1 = 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{см}, \rho_2 = 10^{-5} \text{ Ом} \cdot \text{см}, \rho_3 = 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{см}, \\
T_0 = 300 \text{ К}.$$

Розрахунки виконані за допомогою пакета математичних програм MAPLE. Одержані залежності температур T_1 і T_2 від густини електричного струму для двох випадків подано на графіках. З порівняння видно, що розміри впливають на указані температури і можуть відрізнитись між собою і тим сильніше, чим більша густина струму. Це говорить про те, що температура перемички не постійна.

4. Вплив ефекту Томсона на глибину охолодження ТХ з перемичкою

Нехай далі матеріали гілок (і перемички) володіють ефектом Томсона. Тоді, як і в попередньому випадку, де враховано цей ефект, запишемо рівняння теплопровідності для кожної з областей:

$$\frac{d^2}{dx^2} T_1(x) + a_1 \frac{d}{dx} T_1(x) + b_1 = 0,$$

$$\frac{d^2}{dx^2} T_2(x) + a_2 \frac{d}{dx} T_2(x) + b_2 = 0,$$

$$\frac{d^2}{dx^2} T_3(x) + a_3 \frac{d}{dx} T_3(x) + b_3 = 0.$$

Розв'язки цих рівнянь з урахуванням граничних умов, які зрозумілі з рис. 2, мають вигляд:

$$\begin{aligned}
T_1(x) = & - \frac{e^{-a_1 x} (L b_1 - l b_1 + T_2 a_1 - T_1 a_1)}{a_1 (e^{-a_1 l} - e^{-a_1 L})} - \frac{b_1}{a_1} x + \\
& + \frac{L e^{-a_1 l} b_1 + e^{-a_1 l} T_2 a_1 - e^{-a_1 L} l b_1 - e^{-a_1 L} T_1 a_1}{a_1 (e^{-a_1 l} - e^{-a_1 L})},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_2(x) = & - \frac{e^{-a_2 x} (2l b_2 + T_1 a_2 - T_2 a_2)}{a_2 (e^{-a_2 l} - e^{-a_2 L})} - \frac{b_2}{a_2} x - \\
& - \frac{e^{-a_2 l} l b_2 - e^{-a_2 l} T_2 a_2 + e^{a_2 l} l b_2 + e^{a_2 l} T_1 a_2}{a_2 (e^{-a_2 l} - e^{-a_2 L})},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_3(x) = & - \frac{e^{-a_3 x} (L b_3 - l b_3 - T_2 a_3 + T_1 a_3)}{a_3 (e^{-a_3 l} - e^{-a_3 L})} - \frac{b_3}{a_3} x + \\
& + \frac{L e^{a_3 l} b_3 - e^{a_3 l} l b_3 + e^{a_3 l} T_2 a_3 - e^{-a_3 l} T_1 a_3}{a_3 (e^{-a_3 l} - e^{-a_3 L})},
\end{aligned}$$

Для знаходження температур стиків T_1 і T_2 , як і раніше, використовуємо умови зшивання. Тут вони мають вигляд:

$$q_{12} = q_{21}, q_{23} = q_{32},$$

де:

$$q_{12} = -\kappa_1 \left(\frac{e^{-a_1 l} (L b_1 - l b_1 + T_2 a_1 - T_1 a_1)}{e^{-a_1 l} - e^{-a_1 L}} - \frac{b_1}{a_1} \right) + a_1 T_1 j,$$

$$q_{21} = -\kappa_2 \left(\frac{e^{-a_2 l} (2l b_2 + T_1 a_2 - T_2 a_2)}{-e^{-a_2 l} + e^{a_2 l}} - \frac{b_2}{a_2} \right) + a_2 T_1 j,$$

$$q_{23} = -\kappa_2 \left(\frac{e^{a_2 l} (2lb_2 + T_1 a_2 - T_2 a_2) - b_2}{-e^{-a_2 l} + e^{a_2 l}} - \frac{b_2}{a_2} \right) + a_2 T_2 j,$$

$$q_{32} = -\kappa_3 \left(\frac{e^{a_3 l} (Lb_3 - lb_3 - T_L a_3 + T_2 a_3) - b_3}{-e^{-a_3 l} + e^{a_3 l}} - \frac{b_3}{a_3} \right) + a_3 T_2 j.$$

З умов зшивання за тепловими потоками на стиках областей 1-2 і 2-3 знаходимо за допомогою MAPLE вирази для температур T_1 і T_2 . Ці вирази через їх надзвичайну громіздкість в цій статті не наводяться. Для числових розрахунків обрані такі значення матеріальних і розмірних констант:

$$\alpha_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ В / см}, \alpha_2 = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ В / см},$$

$$\alpha_3 = -2 \cdot 10^{-4} \text{ В / см}, \kappa_1 = 0.02 \text{ Вт / см} \cdot \text{К},$$

$$\kappa_2 = 0.4 \text{ Вт / см} \cdot \text{К},$$

$$\tau_1 = 10^{-6} \text{ В / К}, \tau_2 = 10^{-5} \text{ В / К},$$

$$\tau_3 = 10^{-6} \text{ В / К}, l = 0.5 \text{ см}, L = 0.55 \text{ см},$$

$$\kappa_3 = 0.02 \text{ Вт / см} \cdot \text{К},$$

$$\rho_1 = 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{см}, \rho_2 = 10^{-5} \text{ Ом} \cdot \text{см}, \rho_3 = 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{см},$$

$$T_L = 300 \text{ К}.$$

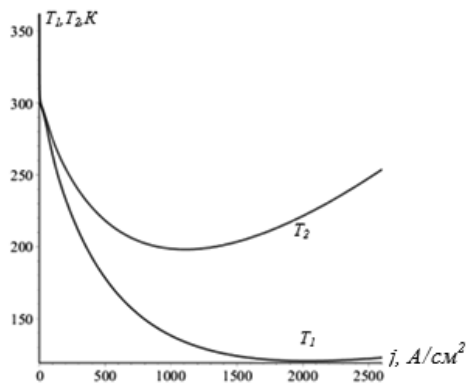


Рис. 6 - Залежність температур стиків T_1 і T_2 з урахування впливу ефекту Томсона

Як видно з рис. 6 температури стиків за величиною сильно розрізняються між собою. Тому тут говорити про те, що перемичка вирівнює температури кінців гілок, не доводиться. Викладені результати розрахунків потребують експериментального підтвердження і поглиблення теоретичних досліджень: необхідно провести більш глибокі дослідження з порушених у статті питань з метою з'ясування механізмів охолодження, підбору термоелектриків, геометричних розмірів структурних елементів холодильників. Особливо слід звернути увагу на контакти. Ймовірно вони в цих процесах мають відігравати важливу роль.

Висновки. ТХ можуть бути більш ефективними з точки зору глибини охолодження в порівнянні з звичайно використовуваними холодильниками, якщо гілки p - і n - провідності з'єднані в лінію і їх матеріали володіють ефектом Томсона.

Використання в якості гілок ТХ пермоселектриків, що володіють ефектом Томсона і з'єднаних мідною премічною, призводить до суттєвого посилення ефекту охолодження.

Отримані аномально низькі розрахункові температури обумовлені тим, що використані для розрахунків матеріальні константи обрані незалежними від температури. Тому отримані результати справедливі для тієї частини температурного інтервалу, для якої ці параметри постійні.

Отримані результати вказують на одне з можливих напрямків пошуку більш ефективних термоелектричних холодильників.

Важливими для експериментальних досліджень повинні бути питання пов'язані з контактами між гілками розглянутих ТХ.

Список літератури

1. А.Ф.Иоффе, Полупроводниковые термоэлементы. М.-Л.: Из-во АН СССР, 1960.
2. А.Ф. Иоффе, Полупроводники в современной физике Изд. АН СССР, М., 1955.
3. А.Ф. Иоффе, Физика полупроводников Изд. АН СССР, М.-Л., 1957.
4. А.Ф. Иоффе, Л.С. Стильбанс, Е.К. Йорданишвили, Т.С. Ставицкая, Термоэлектрическое охлаждение. Издательство Академии наук СССР, М.-Л 1956.
5. Е.Л.Коленко, Термоэлектрические охлаждающие приборы. Наука, Ленинград, 1967.
6. Э.В.Осипов, Твердотельная криогеника. К. Наукова думка, 1977.
7. Т.С.Harman, J.M. Honig. Thermoelectric and thermomagnetic effects and applications. New-York: Mc Graw-Hill book Company, 1967.
8. Термоэлементы и термоэлектрические устройства: Справочник / Л.И. Анатичук. К., Наук.думка, 1979.
9. В.П. Жузе, Е.И. Гусельникова, Библиография по термоэлектричеству термоэлектродгенераторы и охлаждающие устройства. Изд. АН СССР, М.-Л., 1963.
10. В.И.Кайданов, А.Б. Нуромский, Электропроводность, термоэлектрические явления и теплопроводность полупроводников. Ленинградский политехнический институт, 1981.
11. Термоелектричний охолоджувач. Деклараційний патент № 9240, Україна, 7 Н01L35/00 / Л.И. Анатичук, В.Г. Охрем. Заявлено 01.03.2005. Опубліковано 15.09.2005. Бюл. № 9.
12. Термоелектричний охолоджувач. Деклараційний патент № 9884, Україна, 7 Н01L35/00 /Л.И.Анатичук, В.Г.Охрем. Заявлено 15.04.2005. Опубліковано 17.10.2005. Бюл. № 10.
13. В.Г. Охрем, Новые термоэлектрические охладители Пельтье для глубокого охлаждения, Прикладная физика, 2006, № 4, С. 121 – 127.
14. Н.В. Горобец, В.Г. Охрем, Термоэлектрический охладитель Пельтье с дополнительным проводящим элементом, Прикладная физика, 2007, № 4. с. 124-127.
15. Охрем В.Г. Модель трёхъярусного термоэлектрического холодильника для глубокого охлаждения// Оборонный комплекс-научно-техническому прогрессу России, 2012, № 3.

References (transliterated)

1. A. F. Ioffe, *Poluprovodnikovye termojelementy* [Semiconductor thermoelements], (M.-L. : From the USSR Academy of Sciences, 1960)
2. A. F. Ioffe, *Poluprovodniki v sovremennoj fizike* [Semiconductors in Modern Physics], (Izd. AN SSSR, Moscow, 1955)
3. A. F. Ioffe, *Fizika poluprovodnikov* [Physics of Semiconductors], (USSR Academy of Sciences, M.-L., 1957)
4. A. F. Ioffe, L. S. Stilbans, E. K. Yordanishvili, T.S. Stavitskaya, *Termoelektricheskoe ohlazhdenie* [Thermoelectric cooling]. (Publishing House of the USSR Academy of Sciences, M.-L 1956)

5. E. L. Kolenko, *Termojelektricheskie ohlazhdajushhie pribory* [Thermoelectric Cooling Devices]. (Science, Leningrad, 1967)
6. E. V. Osipov, *Tverdotel'naja kriogenika* [Solid-state cryogenics], (K., Naukova Dumka, 1977)
7. T.C.Harman, J.M. Honig. Thermoelectric and thermomagnetic effects and applications, (New-York: Mc Graw-Hill book Company, 1967)
8. *Termojelementy i termojelektricheskie ustrojstva: Spravochnik* [Thermoelements and thermoelectric devices: Reference book] / L. I. Anaticuk, (K., Nauk.dumka, 1979)
9. V. P. Zhuze, E.I. Gusel'nikova, *Bibliografija po termojelektrichestvu (termoelektrogeneratori i ohlazhdajushhie ustrojstva)* [Bibliography on Thermoelectricity (Thermoelectric Generators and Cooling Devices)], (USSR Academy of Sciences, M.-L., 1963)
10. V. I. Kaidanov, A. B. Nuromsky, *Jelektroprovodnost', termojelektricheskie javlenija i teploprovodnost' poluprovodnikov* [Electrical conductivity, thermoelectric phenomena and thermal conductivity of semiconductors], (Leningrad Polytechnic Institute, 1981)
11. *Termoelektrichnij oholodzhuvach* [Thermo-electric boilers]. Declaration patent No. 9240, Ukraine, 7 H01L35 / 00 / L. I. Anaticuk, V. G. Ohrem. Declared on 01/03/2005. It is published on September 15, 2005. Bul. № 9.
12. *Termoelektrichnij oholodzhuvach* [Thermo-electric boilers]. Declaration patent No. 9884, Ukraine, 7 H01L35 / 00 / L. I. Anaticuk, V. G. Ohrem. Declared on April 15, 2005. It was published on October 17, 2005. Bul. № 10.
13. V. G. Ohrem, *Novye termojelektricheskie ohladiteli Pel'te dlja glubokogo ohlazhdenija* [New Peltier thermoelectric coolers for deep cooling], Applied Physics, 2006, N 4, pp. 121 - 127.
14. H. V. Gorobets, V. G. Ohrem, *Termojelektricheskij ohladitel' Pel'te s dopolnitel'nym provodjashhim jelementom* [Peltier thermoelectric cooler with additional conductive element], Applied Physics, 2007, N 4, p. 124-127.
15. Ohrem V. G. *Model' trjoh#jarusnogo termojelektricheskogo holodil'nika dlja glubokogo ohlazhdenija* [Model of a three-level thermoelectric refrigerator for deep cooling] Defense Complex-Scientific and Technical Progress of Russia, 2012, No. 3.

Поступила (received) 10.05.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Герасим Василь Васильович (Герасим Василий Васильевич, Herasym Vasyl' Vasylyovych) – кандидат технічних наук, Чернівецький факультет Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», м. Чернівці, Україна; e-mail: hpi.kafedra.tomm@gmail.com.

Охрем Василь Георгійович (Охрем Василий Георгиевич, Okhrem Vasyl Georijovych) – кандидат фізико-математичних наук, Чернівецький факультет Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», м. Чернівці, Україна; e-mail: hpi.kafedra.tomm@gmail.com.