

А.О. СКОРКІН, О.Л. КОНДРАТЮК, О.П. СТАРЧЕНКО, А.С. ПРОТОПОПОВА

ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕМАТИКИ ЛІНІЇ РІЗУ ШЛІФУВАЛЬНОГО КРУГУ, ВСТАНОВЛЕНОГО НА ГІДРОШПИНДЕЛІ

Рівняння гіроскопічного приладу або системи є наближеною математичною моделлю реального виробу, що дозволяє без використання натурального макетування досліджувати його основні властивості та отримати кількісні характеристики цікавлять нас параметрів. На практиці зазвичай не вдається скласти рівняння, які в повній мірі відповідають властивостям виробів, і тим більше провести їх аналіз в загальному вигляді. Тому спочатку складають рівняння з урахуванням тих чи інших спрощують припущень, а потім вже приводять їх до виду, доступному для аналізу будь-яким обраним способом. У статті розглянута робота пристрою для шліфування криволінійних поверхонь безкопирним способом, який базується на гіроскопічних властивості швидко обертаючих тіл.

Ключевые слова: гіроскоп, гірошпиндель, шліфування, математична модель.

А.О. СКОРКИН, О.Л. КОНДРАТЮК, Е.П. СТАРЧЕНКО, А.С. ПРОТОПОПОВА

ИССЛЕДОВАНИЯ КИНЕМАТИКИ ЛИНИИ РЕЗА ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА, УСТАНОВЛЕННОГО НА ГИДРОШПИДЕЛИ

Уравнения гироскопического прибора или системы являются приближенной математической моделью реального изделия, позволяющей без использования натурального макетирования исследовать его основные свойства и получить количественные характеристики интересующих нас параметров. На практике обычно не удается составить уравнения, в полной мере соответствующие свойствам изделия, и тем более провести их анализ в общем виде. Поэтому изначально составляют уравнения с учетом тех или иных упрощающих допущений, а затем уже приводят их к виду, доступному для анализа каким-либо выбранным способом. В статье рассмотрена работа устройства для шлифования криволинейных поверхностей безкопирным способом, который базируется на гироскопических свойствах быстро вращающихся тел.

Ключові слова: гіроскоп, гірошпиндель, шліфування, математическа модель.

A. SKORKIN, O. KONDRATIUK, O. STARCHENKO, A. PROTOPOPOVA

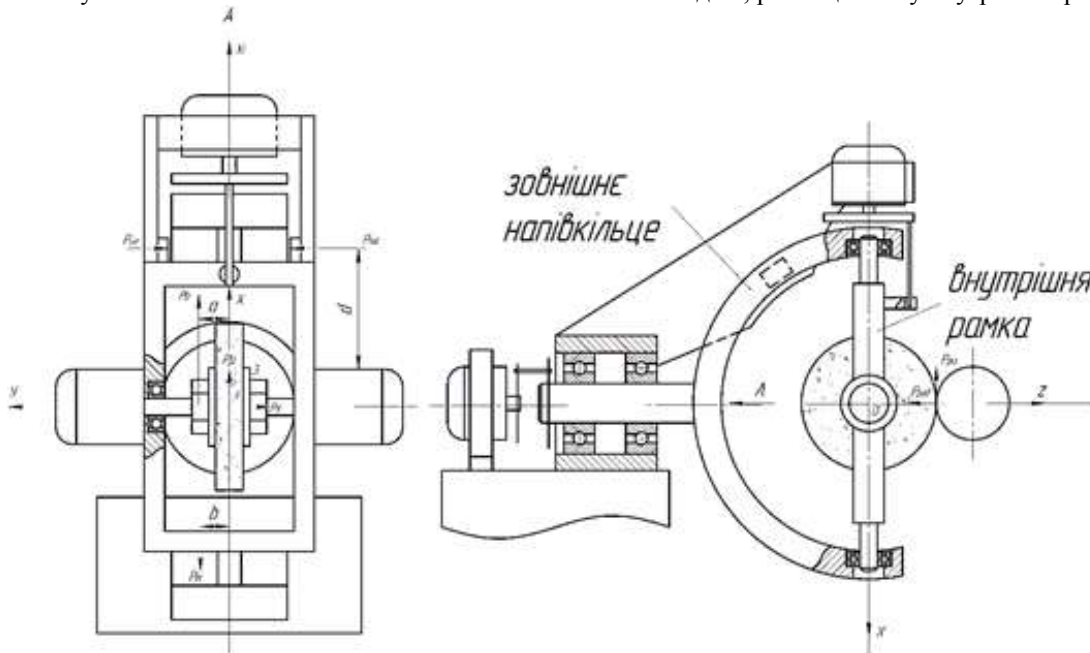
STUDIES OF THE KINEMATICS OF THE GRINDING WHEEL CUTTING LINE MOUNTED ON ELECTRICAL SPINDLES

The equations of a gyroscopic device or system are an approximate mathematical model of a real product, which allows one to investigate its basic properties without using natural prototyping and obtain quantitative characteristics of the parameters of interest to us. In practice, it is usually not possible to formulate equations that fully correspond to the properties of the product, and even more so to analyze them in general form. Therefore, they initially make up the equations taking into account certain simplifying assumptions and then bring them into a form that is available for analysis in some chosen way. The article describes the operation of the device for grinding curvilinear surfaces in a non-copier manner, which is based on the gyroscopic properties of rapidly rotating bodies.

Keywords: gyroscope, gyro spindle, grinding, mathematical model.

Вступ. Конструкція гірошпинделя описана в [1]. Її аналіз показує, що гірошпиндель можна розглядувати як систему взаємопов'язаних елементів – зовнішнього

напівкільця на нерухомій основі, внутрішньої рамки і шліфувального круга (ротора), розміщеного на шпинделі, розміщеного у внутрішній рамці (рис. 1).



Конструкція гірошпинделя

Рисунок 1 -

© А.О. Скоркін, О.Л. Кондратюк, О.П. Старченко, А.С. Протопопова, 2019

Методика експериментальних досліджень.

Для опису руху елементів системи - гірошпинделя – використаємо в якості вихідного рівняння Лагранжа другого роду для механічної неконсервативної системи.

Процедура одержання математичної моделі включає в себе:

- ідеалізація конструктивної схеми і вибір розрахункової схеми з необхідними системами координат

- складання рівнянь Лагранжа

Розрахункова схема має такі системи координат:

- $OXYZ$ – система, що зв'язана з внутрішньою рамкою; в ній вісь OY направлена поздовж осі обертання шліфувального круга;

- $OX_1Y_1Z_1$ – система, що зв'язана з зовнішнім напівкільцем; в ній вісь OZ_1 направлена уздовж осі обертання напівкільця, а OX_1 – поздовж осі обертання внутрішньої рамки;

- $OX'_1Y'_1Z'_1$ – система, що зв'язана з зовнішнім напівкільцем. В ній $O_1X'_1$, $O_1Y'_1$ є проєкціями осей OX_1 і OY_1 на вертикальну площину; вони проєктуються в натуральну величину;

- $OX_2Y_2Z_2$ – система нерухома, що являється базою відліку.

За узагальнені координати, що характеризують положення елементів гірошпинделя в будь-який час, приймаємо кут прецесії в вертикальній площині – α , кут прецесії в горизонтальній площині – β , кут повороту шліфувального круга – γ .

Відповідно кутова швидкість обертання гірошпинделя навколо осі Z_1 – α' , обертання внутрішньої рамки навколо осі X_1 – β' , шліфувального круга (ротора) – навколо осі Y – γ' .

В загальному вигляді для гірошпинделя рівняння Лагранжа мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\alpha'} \right) - \frac{dT}{d\alpha} &= Q_\alpha \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\beta'} \right) - \frac{dT}{d\beta} &= Q_\beta \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\gamma'} \right) - \frac{dT}{d\gamma} &= Q_\gamma \end{aligned} \right\}$$

тут T – кінетична енергія гірошпинделя в цілому, як системи, при вираженні через узагальнені швидкості;

$Q_\alpha, Q_\beta, Q_\gamma$ – узагальнені сили.

Оскільки кінетична енергія визначається по

рівнянню $T = \frac{I \times \omega^2}{2}$, то необхідно визначити абсолютні кутові швидкості окремих елементів гірошпинделя.

Зовнішнє напівкільце обертається навколо осі Z з кутовою швидкістю $\overline{\omega}_1 = \alpha'$.

Внутрішня рамка виконує складний рух. Вона приймає участь в переносному русі разом з зовнішнім

напівкільцем і в відносному русі з кутовою швидкістю β' відносно зовнішнього напівкільця. Тому його абсолютна швидкість

$$\overline{\omega}_2 = \overline{\alpha'} + \overline{\beta'}$$

Виразимо абсолютну швидкість $\overline{\omega}_2$ в проєкціях на осі Резаля (осі Резаля зв'язані з внутрішньою рамкою).

Одержимо:

$$\overline{\omega}_{2x} = \beta', \quad \overline{\omega}_{2y} = \alpha' \sin \beta, \quad \overline{\omega}_{2z} = \alpha' \cos \beta.$$

Абсолютна кутова швидкість шліфувального круга визначається як сума двох переносних і відносної швидкості щодо внутрішньої рамки

$$\overline{\omega}_3 = \overline{\alpha'} + \overline{\beta'} + \overline{\gamma'}$$

Відповідно проєкції на осі Резаля (теорема Резаля) будуть мати вигляд:

$$\overline{\omega}_{3x} = \beta', \quad \overline{\omega}_{3y} = \alpha' \sin \beta + \gamma', \quad \overline{\omega}_{3z} = \alpha' \cos \beta.$$

Розрахуємо кінетичну енергію системи

$$T = \sum T_k (k = 1, 2, 3..n),$$

де k – нумерація елемента, що входить в гірошпиндель.

Кінетична енергія зовнішнього напівкільця

$$2T_1 = I_{1_{z_1}} (\alpha')^2$$

де $I_{1_{z_1}}$ – осьовий момент інерції зовнішнього напівкільця відносно осі O_1Z_1

- Кінетична енергія внутрішньої рамки

Оскільки її конструкція має вісь симетрії, то головні осі інерції будуть направлені по осям Резаля.

$$2T_2 = I_{2_x} \times \beta'^2 + I_{2_y} (\alpha')^2 \sin^2 \beta + I_{2_z} (\alpha')^2 \cos^2 \beta$$

Для спрощення позначимо моменти інерції постійними величинами.

$$I_{2_x} = A_2, \quad I_{2_y} = B_2, \quad I_{2_z} = C_2.$$

Одержимо:

$$2T_2 = A_2 \times (\beta')^2 + B_2 (\alpha')^2 \sin^2 \beta + C_2 (\alpha')^2 \cos^2 \beta.$$

Кінетична енергія шпинделя (об'єднує шліфувальний круг, шпиндель, ротори електродвигунів).

$$2T_3 = A_3 \times (\beta')^2 + B_3 (\alpha' \sin \beta + \gamma')^2 + C_3 (\alpha' \cos \beta)^2$$

Складаючи кінетичну енергію всіх елементів гірошпинделя, одержимо вираз для T :

$$\begin{aligned} 2T_2 &= I_{1_{z_1}} (\alpha')^2 + A_2 (\beta')^2 + B_2 (\alpha')^2 \sin^2 \beta + \\ &+ C_2 (\alpha')^2 \cos^2 \beta + A_3 (\beta')^2 + B_3 (\alpha' \sin \beta + \gamma')^2 + \\ &+ C_3 (\alpha' \cos \beta)^2 = I_{1_{z_1}} (\alpha')^2 + (A_2 + A_3) (\beta')^2 + \\ &+ (C_2 + C_3) (\alpha' \cos \beta)^2 + B_2 (\alpha')^2 \sin^2 \beta + \\ &+ B_3 (\alpha' \sin \beta + \gamma')^2 \end{aligned}$$

Часткові похідні кінетичної енергії мають вигляд:

$$\frac{dT}{d\alpha'} = I_{1_{\alpha}} \alpha' + (C_2 + C_3) \alpha' \cos^2 \beta + B_2 \alpha' \sin^2 \beta + B_3 (\alpha' \sin \beta + \gamma') \sin \beta;$$

$$\frac{dT}{d\alpha} = 0$$

$$\frac{dT}{d\beta'} = \beta' (A_2 + A_3); \frac{dT}{d\beta} = (C_2 + C_3) (-\sin \beta) \alpha' \times \cos \beta + B_2 (\alpha')^2 \sin \beta \cos \beta + B_3 (\alpha' \sin \beta + \gamma') \times \alpha' \cos \beta;$$

$$\frac{dT}{d\gamma'} = B_3 (\alpha' \sin \beta + \gamma'), \frac{dT}{d\gamma} = 0$$

Після підстановки визначених часткових похідних в вихідні рівняння Лагранжа одержимо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} (I_{1_{\alpha}} \alpha' + (C_2 + C_3) \alpha' \cos^2 \beta + B_2 \alpha' \sin^2 \beta + B_3 (\alpha' \sin \beta + \gamma') \sin \beta) &= Q_{\alpha} \\ \frac{d}{dt} (\beta' (A_2 + A_3) - \alpha' \cos \beta \sin \beta (C_2 + C_3) - B_2 (\alpha')^2 \sin \beta \cos \beta - B_3 (\alpha' \sin \beta + \gamma') \alpha' \cos \beta) &= Q_{\beta} \\ \frac{d}{dt} (B_3 (\alpha' \sin \beta + \gamma')) &= Q_{\gamma} \end{aligned} \right\}$$

В рівняння входять узагальнюючі сили, які викликають рух елементів гірошпинделя. Для їх визначення необхідно розрахувати суму елементарних робіт діючих сил на можливих переміщеннях (поворотах) $\delta_{\alpha}, \delta_{\beta}, \delta_{\gamma}$.

До активних сил, що виконують роботу, необхідно зарахувати:

- силу ваги внутрішнього кільця P_b , прикладену до осі шпинделя на плечі «а» від осі OX ;
- силу ваги зовнішнього напівкільця P_n з плечем «b» від осі OZ ;

Маємо на увазі, що при врівноваженні названих елементів гірошпинделя відносно центра «О» величини плечей «а», «b» рівні нулю.

- сили, що виникають при шліфуванні в місці контакту круга і деталі, позначимо $P_{рад}, P_{пиз}, P_x$.

- сила $P_{рад}$, забезпечує кругову подачу (обертання внутрішньої рамки). $P_{рад}$ прикладається до зовнішнього півкільця перпендикулярно його торцю.

З врахуванням діючих сил елементарні роботи становлять:

$$\delta A_{\alpha} = M_z(\alpha) \delta_{\alpha} = -P_b \cos \alpha \times a \delta_{\alpha} + P_{рад} \cos \alpha \times d \times \delta_{\alpha} - P_n \cos \alpha \times b \times \delta_{\alpha} = (-P_b \times a + P_{рад} \times d - P_n \times b) \cos \alpha \times \delta_{\alpha};$$

$$\delta A_{\beta} = M_x(\beta) \delta_{\beta} = P_x \times R_{кр} \times \delta_{\beta} + P_{рад} \times C \times \delta_{\beta} = (P_x \times R_{кр} + P_y \times C) \times \delta_{\beta};$$

$$\delta A_{\gamma} = M_y(\gamma) \delta_{\gamma} = P_{пиз} \times R_{кр} \times \delta_{\gamma}$$

Остаточню

$$Q_{\alpha} = (-P_b \times a + P_{рад} \times d - P_n \times b) \cos \alpha,$$

$$Q_{\beta} = P_x \times R_{кр} + P_{рад} \times C,$$

$$Q_{\gamma} = P_{пиз} \times R_k$$

При роботі шліфувального круга на номінальних обертах електромагнітний момент двигунів буде урівноважуватись моментами сил опору. Тому

$$Q_{\gamma} = 0$$

Розрахунок параметрів гірошпинделя

Для вирішення рівнянь руху гірошпинделя, одержаних на основі метода Лагранжа, необхідно визначити параметри, що характеризують конкретні розміри, зокрема лінійні, радіусні окремих елементів і на цій основі визначити коефіцієнти А, В, С, що являються осьовими моментами інерції елементів.

При виконанні цієї операції необхідно визначити конфігурації елементів, центри їх мас і відстані до відповідних осей.

- Зовнішнє напівкільце складається з валу (ділянки циліндра) і напівкільця.

При роботі гірошпинделя напівкільце може виконувати коливальний рух навколо осі OZ_1 .

Його момент інерції рівний сумі двох моментів: вала I_{bz_1} і напівкільця I_{hkz_1} .

Момент інерції круглого циліндра рівний

$$M_{bz_1} = \frac{1}{2} m_b \cdot \frac{d^2}{u} = \frac{1}{2} \frac{\pi d^2}{4} \cdot l \gamma \cdot \frac{d^2}{4} = \frac{\pi d^4 \cdot l \gamma}{32}$$

(тут: d – діаметр, l – довжина, γ – питома вага).

Виділим на напівкільці елемент dz_1 масою $\frac{m_{нк}}{\pi R}$.

Його маса визначиться, як $dm = \frac{m_{нк}}{\pi R} dz_1$.

Координати елемента dz_1 x_1 і z_1 . Для кола $x_1^2 + z_1^2 = R^2$. Величина x_1 змінюється від 0 до R .

$$I_{nkz_1} = \int_0^R (R^2 - z_1^2) \frac{m_{нк}}{\pi R} \cdot dz_1 = \frac{2}{3} \frac{m_{нк}}{\pi} \cdot R^2.$$

Тут: $m_{нк} = b \cdot \pi R \cdot \gamma$.

$$I_{nkz_1} = \frac{2}{3} R^3 \cdot b \cdot c \gamma.$$

$b \cdot c \gamma$.

Момент інерції зовнішнього напівкільця:

$$I_{3H} = \frac{\pi d^4 l \gamma}{32} + \frac{2}{3} \cdot R^3 \cdot b \cdot c \cdot \gamma$$

- Визначення моменту інерції внутрішньої рамки.

Конструктивно рамка являє собою прямокутник з розмірами $2B \times 2H$. Посередині сторони В зверху і знизу є два циліндричні обертача діаметром d_n і довжиною l_n .

Посередині сторони Н прикріплені два електродвигуни, їх розміри d_{en} і l_{en} .

Необхідно визначити осьові моменти інерції рамки відносно осей x, y, z .

Відносно осі x .

$$I_{2x} = I_{2x_{рам}} + I_{2x_{нар}} + I_{2x_{ел}}$$

(індекс «2» придано внутрішній рамці, як складовій шпинделя).

$$I_{2x_{рам}} = I_{2_{1x}} + I_{2_{2x}} + I_{2_{3x}} + I_{2_{4x}}$$

де 1, 2, 3, 4 – складові.

На основі [] одержимо:

$$I_{2_{1x}} = I_{2_{2x}} = \frac{1}{3} \cdot m_1 (b^2 + h^2) + m_1 \cdot B^2$$

Відповідно:

$$I_{2_{3x}} = I_{2_{4x}} = \frac{1}{12} \cdot m_3 (2B)^2$$

(вісь проходить через центр ваги).

Моменти інерції обертачів:

$$I_{2x_{нар}} = \frac{m_{нар} \cdot d_n^2}{8}$$

Моменти інерції електродвигунів визначаємо інтегруванням.

$$\text{Одержимо: } I_{2x_{ел}} = \pi \cdot r_{ел}^2 \gamma \left[\frac{(B+l_{ел})^3}{3} - \frac{B^3}{3} \right]$$

Сумарний момент складає:

$$I_{2x} = \frac{2}{3} \cdot m_1 (b^2 + h^2) + 2m_1 \cdot B^2 + \frac{1}{6} \cdot m_3 (2B)^2 + \frac{m_{нар} \cdot d_n^2}{4} + 2\pi \cdot r_{ел}^2 \gamma \left[\frac{(B+l_{ел})^3}{3} - \frac{B^3}{3} \right]$$

Відносно осі у.

$$I_{2y} = I_{2y_{рам}} + I_{2y_{нар}} + I_{2y_{ел}} = \frac{2}{3} \cdot m_3 (b^2 + h^2) + m_3 H^2 \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot m_1 (2H)^2$$

Відносно осі z.

$$I_{2z} = I_{2z_{рам}} + I_{2z_{нар}} + I_{2z_{ел}}$$

- Враховуючи конфігурацію елементів і положення осі z відносно них, одержимо:

$$I_{2z} = \frac{1}{3} (H^2 + B^2) (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) + \frac{1}{2} m_{ел} \left(\frac{1}{3} l_{ел} + r_{ел} \right) + m_{ел} \left(B + \frac{l_{ел}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} m_{нар} \left(\frac{1}{3} l_n^2 + r_n^2 \right) + m_{нар} \left(H + \frac{l_n}{2} \right)$$

- Визначення моменту інерції шліфувального круга і шпинделя.

Відносно осі x.

$$I_{3x} = I_{кр} + I_{ун} = \frac{1}{4} m_{кр} \left(\frac{1}{3} B_{кр}^2 + \frac{D_{кр}^2}{4} \right) + \frac{1}{12} m_{ун} \cdot l_{ун}^2$$

Відносно осі у.

$$I_{3y} = \frac{1}{2} m_{кр} \cdot R_{кр}^2 + \frac{1}{2} m_{ун} \cdot r_{ун}$$

Відносно осі z.

$$I_{3z} = I_{3z_{ун}} + I_{3z_{кр}}$$

$$I_{3z_{ун}} = \frac{1}{4} m_{ун} \left(\frac{1}{3} l_{ун}^2 + r_{ун}^2 \right),$$

$$I_{3z_{кр}} = \frac{1}{4} m_{кр} \left(\frac{1}{3} B_{кр}^2 + R_{кр}^2 \right) - \frac{1}{4} m_{кр.вн} \left(\frac{1}{3} B_{кр}^2 + R_{кр.вн}^2 \right).$$

Висновки по підрозділам:

Визначена математична модель гірошпинделя. Представлена методика розрахунку параметрів, які входять в розроблену математичну модель.

Список літератури

1. Авторское свидетельство СССР, SU №1664469 А1, кл. В2КК 19/00, 1991
2. GARANT: Справочник по обработке резанием [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.garant-tools.com.
3. Кувшинский В. В. Фрезерование / В. В. Кувшинский. – М. : Машиностроение, 1977. – 240 с.
4. Ящерицын П. И. Основы резания материалов: учебное пособие / П. И. Ящерицын, В. Д. Ефремов. – Минск : БГАТУ, 2008. – 644 с.
5. Скоркін А. О. Підвищення ефективності протягування за рахунок косокутного різання в зоні деформування / А. О. Скоркін [та ін.] // Машинобудування : зб. наук. пр. – Харків : УПА, 2017. – № 20. – С. 41-47.
6. Шпур Г. Справочник по технологии резания металлов. В 2-х кн. Книга 1 : [перевод с нем.] / Г. Шпур, Т. Штеферле. – М. : Машиностроение, 1985. – 616 с.
7. Шаламов В. Г. Кинематика ротационного и традиционного резания / В. Г. Шаламов, С. Д. Сметанин, М. Н. Гатитуллин // Известия Челябинского научного центра. – 2009. – Вып. 3 (45). – С. 13-17.
8. Артамонов Е. В. Расчет и проектирование сменных режущих пластин и сборных инструментов / Е. В. Артамонов, Т. Е. Помигалова, М. Х. Утешева; под общей ред. М. Х. Утешева. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2011. – 152 с.
9. Андреев В. Н. Совершенствование режущего инструмента / В. Н. Андреев. – М. : Машиностроение, 1993. – 240 с.
10. Баранчиков В. И. Прогрессивные режущие инструменты и режимы резания материалов: справочник / В. И. Баранчиков. – М. Ж Машиностроение, 1990. – 400 с.: ил.

References (transliterated)

1. USSR author's certificate, SU №1664469 А1, cl. В2КК 19/00, 1991
2. GARANT : Spravochnik po obrabotke rezaniem n.d., viewed, www.garant-tools.com
3. Kuvshinskij, VV 1977, *Frezzerovanie*, Mashinostroenie, Moskva.
4. Jashhericyн, PI & Efremov, VD 2008, *Osnovy rezanija materialov*, Belorusskij gosudarstvennyj agrarnyj tehnikeskij universitet, Minsk.
5. Skorkin, AO, Shelkovic, OM, Permjakov, OA & Kondratjuk, OL 2017, 'Pidvishennja efektyvnosti protjaguvannja za rahunok kosokutnogo rizannja v zoni deformuvannja' *Mashinobuduvannja*, Ukrainska inzhenerno-pedahohichna akademiia, Kharkiv, no. 20, pp. 41-47
6. Shpur, G & Shteferle, T 1985, *Spravochnik po tehnologii rezanija metallov*, Book 1, Mashinostroenie, Moskva.
7. Shalamov, VG, Smetanin, S D & Gatitulyn, MN 2009, 'Kinematika rotacionnogo i tradicionnogo rezanija', *Izvestija Cheljabinskogo nauchnogo centra*, iss. 3 (45), pp. 13-17.
8. Artamonov, EV, Pomigalova, TE & Utesheva, MH 2011, *Raschet i proektirovanie smennyh rezhushhijh plastin i sbornyh instrumentov*, Tjumenkij gosudarstvennyj neftegazovyj universitet, Tjumen.
9. Andreev, VN *Sovershenstvovanie rezhushhego instrumenta*, Mashinostroenie, Moskva.
10. Baranchikov, VI *Progressivnye rezhushhie instrumenty i rezhimy rezanija materialov*, Mashinostroenie, Moskva.

Поступила (received) 23.04.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Скоркін Антон Олегович (Скоркин Антон Олегович, Anton Skorkin) – канд. техн. наук, доцент, Українська інженерно-педагогічна академія (УІПА), м. Харків, e-mail: Andromeda862@ukr.net

Кондратюк Олег Леонідович (Кондратюк Олег Леонидович, Oleh Kondratiuk) – канд. техн. наук, доцент, Українська інженерно-педагогічна академія (УІПА), м. Харків, e-mail: kondr20071@i.ua;

Старченко Олена Павлівна (Старченко Елена Павловна, Olena Starchenko) – заступник директора з навчальної роботи, Харківський радіотехнічний технікум, м. Харків, e-mail: Estarchenko79@gmail.com;

Протопопова Анастасія Сергіївна (Протопопова Анастасия Сергеевна, Anastaciia Protopopova) – студентка факультету Комп'ютерних і інтегрованих технологій в виробництві і освіті, Українська інженерно-педагогічна академія (УІПА), м. Харків, e-mail: Andromeda862@ukr.net;