

*ХАВІН В.Л., КИРКАЧ Б.М., КИРКАЧ О.Б., ХАВІНА І.П.*

## СТАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ШПИНДЕЛЬНОГО ВАЛУ МОБІЛЬНОГО РОЗТОЧУВАЛЬНОГО ВЕРСТАТУ

Проведено аналіз спеціальних вимог та критеріїв, що висуваються до мобільних верстатів. На базі відомих підходів до статичних розрахунків шпиндельних вузлів запропоновані розрахункові схеми та математична модель для статичного аналізу шпиндельного валу на нелінійних опорах. У запропонованому підході використовується модель балки Тимошенко. Рішення диференційного рівняння згнutoї осі балки здійснюється методом початкових параметрів у матричній формі. Нелінійна система рівнянь формується автоматично для конкретної розрахункової схеми. Для її рішення застосовується метод простих послідовних ітерацій. Особливістю роботи є врахування нелінійної залежності деформації підшипників від діючих на них навантажень. У якості прикладу проведено статичний аналіз шпиндельного валу мобільної розточувальної машини ХТ7809-0524, призначеної для розточування отворів великого діаметру. Для декількох варіантів розрахункових схем проведена оцінка згинальної жорсткості, розрахунок прогинів та кутів повороту у робочому режимі. Побудовані графіки розподілу переміщень перерізів шпиндельного валу вздовж його осі. З'ясовано що лінійна жорсткість шпиндельного валу розточувальної машини ХТ7809-0524 нижче нормативної, прийнятої у верстатобудуванні. Приведено графіки розподілу внутрішніх зусиль у перерізах шпиндельного валу, зроблено оцінку його міцності. Встановлено, що рівень максимальних напружень на робочому режимі є прийнятним і достатнім для забезпечення необхідного запасу міцності валу.

**Ключові слова:** шпиндельний вал, нелінійна жорсткість опор, статичний аналіз, мобільна розточувальна машина.

### **KHAVIN V., KYRKACH B., KYRKACH O., KHAVINA I. STATIC DEFORMATION ANALYSIS OF A MOBILE CUTTING MACHINE**

A study of the special requirements and criteria to portable cutting machines was carried out. Based on the existing approaches to the deformation analysis of spindle units the calculation schemes and mathematical model for the static analysis of the problem were developed. The implemented approach makes use of the Timoshenko beam model. The resulting differential equation of the bent beam axis is solved by the method of initial parameters in the matrix form. The nonlinear equation system for the chosen calculation scheme is formed automatically and is solved iteratively. A special feature of the proposed approach is the nonlinear relation between the stiffness of the bearings and the forces acting upon them. As a model application example, the results of the static deformation analysis of portable boring machine ХТ7809-0524 are presented. An estimate of the bending stiffness and the corresponding distributions of bending deflections and rotations were obtained for several calculation schemes of the machine. The obtained solution quantities are presented in form of graphs along the spindle axis. It has been found, that the calculated equivalent stiffness of ХТ7809-0524 machine spindle shaft is lower than the normative value used in the industry. A strength assessment of the spindle shaft was also made and the distributions of internal forces and moments acting on shaft cross sections were obtained. It has been concluded, that under work loads the maximum stress in the shaft is acceptable to provide for the required factor of safety.

**Keywords:** spindle shaft, nonlinear support stiffness, static deformation analysis, mobile cutting machine.

**Вступ.** Аналіз статичної жорсткості і динамічних характеристик конструкцій сучасних верстатів є одним з важливих факторів при їх розробці. На даний час існує багато розрахунків у цій царені, виконаних для традиційних машинобудівних верстатів. Але майже немає такої інформації для мобільних портативних верстатів, які виконують ремонтні роботи, або технічне обслуговування великих заготовок «по місцю».

До мобільних верстатів висувається ряд вимог:

- легкого транспортування;
- високої універсальності і надійності;
- щільного приєднання до обробляємих деталей різної конфігурації.

Крім цього, портативний верстат повинен мати необхідний рівень статичної жорсткості і вібростійкості при виконанні операцій механічної обробки для отримання бажаної точності розмірів, профіля і якості поверхні деталі.

Мобільні верстати, внаслідок їх спеціального призначення, повинні мати відносно малу вагу, що відбивається на їх зниженій жорсткості. Внаслідок цього виникають похибки обробки, коли система верстату навантажується зусиллями різання. Такі похибки пов'язані з деформацією елементів верстату, які передають силові потоки, існуванням зазорів у розбірних з'єднаннях, компоновочною схемою верстату. При цьому слід зазначити, що напруження і деформації елементів верстату обумовлені сумісною дією механічного та теплового навантаження.

Мобільні верстати, як правило, мають шпиндельний вузол, який не тільки утримує інструмент, а й забезпечує обертальний рух і його робочу подачу. Жорсткість шпиндельного вузла має суттєвий вплив на точність і продуктивність верстату. Вона може складати 30 -40% від сумарної жорсткості верстата [1].

Шпиндельні вали – сталеві циліндри, які спираються на підшипники. Робочий інструмент кріпиться на передньому кінці валу. Вісь отвору валу шпинделя і вісь обертання повинні співпадати, що забезпечує точність обробки.

Аналіз працездатності шпиндельного вузла проводиться по здатності навантаження (міцності), статичної жорсткості та динамічним характеристикам. Статичний аналіз потрібен для оцінки переміщень, напружень та деформацій. Найчастіше визначаються згинальні переміщення системи інструмент – шпиндельний вузол в зоні різання. Але для устаткування, призначеного для обробки глибоких отворів (розточування, зенкерування і т.п.), необхідна ще й оцінка крутильної та проколної жорсткостей системи інструмент – шпиндельний вузол в рамках розрахунків напруженого стану конструкції.

**Сучасний стан проблеми і невирішені питання.** В процесі розточування глибоких отворів розточувальна оправка (вал шпинделя) повинна бути довгою і тонкою, тому вона легко піддається статичним і динамічним відхиленням. Ці обставини приводять до розмірних помилок, знижують якість обробленої поверхні, знижують термін придатності інструмента.

Тому дослідження статичної жорсткості шпиндельного вала є необхідною умовою вибору як конструкції вала і підшипників, так і операційних параметрів процесу різання.

Під дією сил різання вал шпинделя піддається деформаціям згинання, кручення та розтягання – стискання. Згинання викликає переміщення по нормалі та дотичної до обробленої поверхні у точці контакту ріжучого клину та заготовки, кручення та розтягання – стискання - у окружному та осьовому напрямках відповідно.

В рамках статичного аналізу оцінюються вищезгадані переміщення на різних робочих режимах. Крім того визначаються внутрішні зусилля, напруження та деформації у компонентах шпиндельного вузла під дією сил різання і зусиль з боку привода.

Визначальну роль при оцінці жорсткості шпиндельного вузла відіграють переміщення при згинанні. Тому їм приділяється увага у першу чергу.

Першою моделлю статичного аналізу була пружна балка на жорстких опорах під дією сконцентрованої сили. У подальшому в [1,2] розроблений більш точний підхід, у якому запропоновано сумувати прогини валу шпинделя як пружної балки на жорстких опорах і відхилення жорсткого валу на лінійно пружних опорах, що моделюють підшипники. У [4] виявлені основні конструкційні параметри, які визначають жорсткість головного шпинделя верстату. У підрахунку переміщень використовувався вищезазначений підхід сумування переміщень, Роздивлялися питання оптимального вибору підшипників, між опорних відстаней та довжини консолі.

Аналіз розглянутих робіт вказує на непридатність двох опорних моделей до статичного аналізу багато опорних шпиндельних вузлів. В межах цієї моделі неможливо врахувати вплив пружних характеристик опор з декількома підшипниками, або з багаторядними підшипниками.

П.М. Чернянським [1] був запропонований підхід до розрахунку згинальних переміщень багато опорних валів шпиндельних вузлів, в основу якого було покладено диференційне рівняння зігнутої осі балки на лінійно пружних опорах. Був розроблений комплекс[4] програм для розрахунку статичних характеристик шпиндельних вузлів методом початкових параметрів з використанням перехідних матриць.

Безпосереднє врахування конструктивних параметрів шпиндельних валів можливе при використанні чисельних методів, таких як метод скінчених елементів (МСЕ) або метод початкових параметрів (МПП), наприклад [5-12].

Але, відповідне програмне забезпечення є досить незручним для статичного аналізу багато опорних шпиндельних валів з нелінійними характеристиками жорсткості підшипників.

Тому, мета даної роботи – розробка розрахункової схеми, математичної моделі і програмного забезпечення для статичного аналізу роботи шпиндельного валу мобільного розточувального верстату, його міцності та жорсткості з урахуванням нелінійної жорсткості опор.

**Постановка задачі.** Як було зазначено, головною проблемою статичного розрахунку шпиндельного вала є визначення прогинів та кутів повороту у характерних перерізах, виникаючих під дією зусиль різання і навантаження з боку привода.

При розробці математичної моделі і розрахункової схеми були введені наступні гіпотези і припущення

- центрування шпиндельного вала та підшипників однакове;
- пружні властивості вала та його опор ізотропні в площині, ортогональній до осі обертання шпинделя (осесиметрична задача);
- шпиндельний вал вважався пружною балкою Тимошенко з малими прогинами і кутами повороту перерізів;
- радіальна (поперечна) жорсткість опор шпиндельного вала має нелінійну характеристику;
- корпус шпиндельного вузла, ріжучий клин та заготовка мають нескінчену жорсткість;
- навантаження на шпиндельний вал включає сили різання, зусилля з боку привода та реактивні сили від опор – підшипників;
- гравітаційні та відцентрові сили вважаються малими, вплив температурних ефектів не враховується.

Кожен підшипник багато опорного шпиндельного вала у розрахунковій схемі замінюється пружною сконцентрованою опорою з жорсткістю  $C_n$ , до якої прикладена реакція  $R_n$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ . На рис.1 подані варіанти розрахункових схем для шпиндельного вала портативної розточувальної машини, який спирається на п'ять пружних опор. На шпиндельний вал діють компоненти зусиль різання  $F_{xr}$ ,  $F_{yr}$ ,  $F_{zr}$  і моменти різання  $M_{xr}$ ,  $M_{yr}$ ,  $M_{zr}$ , а також зусилля і моменти з боку привода  $F_{xpr}$ ,  $F_{ypr}$ ,  $F_{zpr}$ ,  $M_{xpr}$ ,  $M_{ypr}$ ,  $M_{zpr}$  (див. рис. 1б,с). Для оцінки жорсткості вала розрахункова схема навантажується одиничною силою (див. рис. 1а).

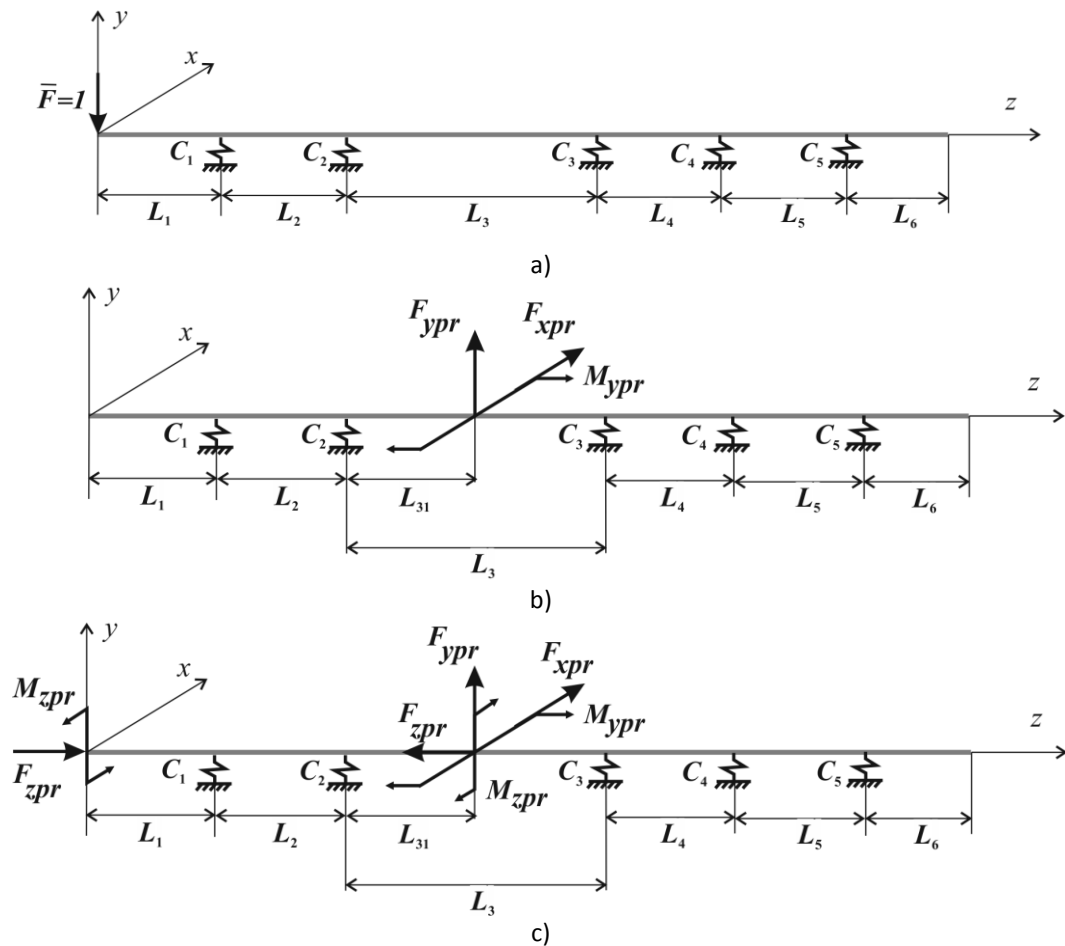


Рис.1 – Розрахункові схеми шпиндельного валу  
 а) – розрахунок жорсткості валу під дією одиної сили,  
 б) – розрахунок жорсткості валу під дією зусиль з боку приводу,  
 с) – розрахунок жорсткості та міцності валу у робочому режимі

**Моделі зусиль різання при розточуванні.** Для оцінки напружень, деформацій та переміщень важливу роль має питання про точність відображення сил різання, виникаючих зокрема при розточуванні.

Розточування – операція, яка застосовується для збільшення розміру глибоких отворів великого діаметру. Діаметр отвору збільшується за використанням ріжучої вставки або розточувальної головки, яка закріплена на досить довгій розточувальній оправці. Довгі оправки деформуються під дією сил різання, а надмірне її відхилення порушує допуск на розмір отвору. Тому, необхідне використання такої моделі процесу розточування, яка дозволяє прогнозувати оптимальні параметри потужності, крутного моменту, зусиль різання і навантаження з боку приводу.

Процес розточування моделюється з використанням як механістичних моделей, так і косокутної трансформації ортогонального різання [13–16].

Зусилля різання зазвичай обчислюються як функція площі зрізання, яка залежить від радіусу вершини і геометрії ріжучого клину, а також від умов різання. Якщо передня поверхня інструменту гладка і однорідна, то ріжучий край моделюється як сукупність похилих ріжучих країв [14]. Питоме зусилля різання на кожному елементі ріжучого краю часто моделюється перетворенням ортогонального різання у косокутне [15,16]. Такий підхід потребує інформацію про геометрію інструмента, напруженні пластичного зсуву, куті зсуву і про середній коефіцієнт тертя для ортогонального різання конкретного матеріалу.

Отвори великого діаметру зазвичай обробляються розточувальними головками з декількома ріжучими вставками, розташованими симетрично, щоб сумарна компонента сили різання, ортогональна до оброблюємої поверхні, наближалась до нуля.

Ріжучі вставки можна розподілити на наступні групи:

- з опорним краєм і незначним радіусом заокруглення вістря;
- без опорного краю і значним радіусом заокруглення вістря
- з опорним краєм і значним радіусом заокруглення вістря.

В даній роботі передбачається використання інструменту зі вставками першого типу. Операція розточування здійснюється за рахунок подачі інструменту в напрямку осі вала шпинделя. У цьому випадку ріжучий край пластини перпендикулярний до напрямку подачі, а опорний край (боковий) паралельний до напрямку подачі. При стаціонарному процесі різання в радіальному напрямку відсутнє, а має місце лише тертя між опорним краєм і оброблюємою поверхнею.

В літературі домінує імперичний підхід до визначення зусиль різання, у відповідності з яким результуюча сила різання розкладається на: тангенціальну  $F_t$  (у напрямку швидкості різання), радіальну  $F_r$  та осьову  $F_f$ . Для їх визначення проведено багато чисельних експериментів. При точінні, розточуванні, прорізання пазів та ін. головна тангенціальна складова  $F_t$  розраховується за формулою [17]:

$$F_t = 10C_p t^l S^m V^n K_{p,n} \quad (1)$$

де  $C_p$  - коефіцієнт, враховуючий умови обробки;

$l, m, n$  - показники ступеню;

$t$  - глибина (ширина) зрізу, мм;

$S$  - подача, мм/об;

$V$  - швидкість різання, м/хв.;

$K_{p,n}$  - узагальнений поправочний коефіцієнт, враховуючий зміну умов обробки по відношенню до табличних значень.

Для визначення сил  $F_r$  та  $F_f$  існують аналогічні емпіричні ступеневі формули. Але для спрощення розрахунків, величини радіальної  $F_r$  та осьової  $F_f$  компонент сили різання можна використати співвідношення [17]:

$$F_r = (0,25 - 0,5)F_t, F_f = (0,1 - 0,25)F_t. \quad (2)$$

Відомі випадки застосування приблизної лінійної моделі для сили різання у вигляді її лінійної залежності від товщини та ширини зрізу. Відповідне лінійне рівняння дозволяє розрахувати компоненти сили різання у тангенціальному напрямку  $F_t$ , напрямку подачі (осьовому)  $F_f$  та радіальному  $F_r$  [14]:

$$\begin{aligned} F_t &= K_{tc} t a_0 + K_{te} t, \\ F_r &= K_{rc} t a_0 + K_{re} t, \\ F_f &= K_{fc} t a_0 + K_{fe} t, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $K_{tc}, K_{te}, K_{rc}, K_{re}, K_{fc}, K_{fe}$  - експериментальні коефіцієнти сили різання, залежні від матеріалу, геометрії ріжучої вставки, швидкості різання. Площа зрізання  $t a_0$  в лінійній моделі розраховується як добуток ширини зрізання (довжини ріжучого краю)  $t$  з товщиною зрізу (подачі на оберт інструмента)  $a_0$ .

Незалежно від конкретної моделі для складових  $F_t, F_f$  та  $F_r$  компоненти сили різання  $F_{xp}, F_{yp}, F_{zp}$ , що діють у технологічних напрямках по фіксованим в просторі осям  $x, y, z$  (див. рис. 1), можуть бути зв'язані співвідношеннями:

$$\begin{aligned} F_{xp} &= F_t \sin \phi - F_r \cos \phi, \\ F_{yp} &= F_t \cos \phi + F_r \sin \phi, \\ F_{zp} &= F_f. \end{aligned} \quad (4)$$

Тангенціальна та радіальна складові сили різання змінюються відповідно до обертання шпинделя, осьова (у напрямку подачі) є незмінною.

В рівняннях (4)  $\phi = \omega \tau$  - кут повороту шпиндельного вала,  $\omega$  - кутова швидкість обертання,  $\tau$  - час.

При наявності декількох ріжучих вставок формули (4) набувають погляду:

$$\begin{aligned} F_{xp} &= \sum_{i=1}^M (F_{ti} \sin \phi_i - F_{ri} \cos \phi_i), \\ F_{yp} &= \sum_{i=1}^M (F_{ti} \cos \phi_i + F_{ri} \sin \phi_i), \\ F_{zp} &= \sum_{i=1}^M F_{fi}. \end{aligned} \quad (5)$$

де  $M$  - кількість ріжучих вставок,  $\phi_i$  - кутове положення  $i$ -ої ріжучої вставки. По відношенню до положення першої вставки, позиція  $i$ -ої вставки визначається співвідношенням:

$$\phi_i = \phi + 2(i-1)\frac{\pi}{M}.$$

Значення компонент моментів сил різання  $M_{xp}, M_{yp}, M_{zp}$  вираховуються по залежностям:

$$\begin{aligned} M_{xp} &= \frac{D_c}{2} \sum_{i=1}^M F_{zi} \sin \phi_i, \\ M_{yp} &= \frac{D_c}{2} \sum_{i=1}^M F_{ii} \cos \phi_i + F_{ri} \sin \phi_i, \\ M_{zp} &= \frac{D_c}{2} \sum_{i=1}^M F_{ii} \end{aligned} \quad (6)$$

де  $D_c$  – діаметр розточувальної головки.

При наявності попарно симетрично встановлених вставок, компоненти  $F_{xp}, F_{yp}, M_{xp}, M_{yp}$  дорівнюють нулю, а з боку інструмента на шпindelний вад діють сумарна осьова сила  $F_{zp}$  та крутний момент  $M_{zp}$ .

**Метод рішення задачі статичного аналізу вала на нелінійно пружних опорах.** У даній роботі використовується модель балки Тимошенко, в якій поряд з деформаціями згинання враховуються і деформації зсуву. Така модель актуальна для багато опорних валів, де згинальна жорсткість між опорних ділянок співставна з жорсткістю цих ділянок на зсув. Рішення диференціального рівняння зігнутої осі для моделі балки Тимошенко здійснюється методом початкових параметрів, у відповідності з підходом, запропонованим в роботах [18,19].

Спільне рішення рівняння зігнутої осі разом з граничними умовами на опорах дозволяє сформувати систему рівнянь з якої визначається прогин та кут повороту перерізу вала на початку координат (початкові параметри  $y_0$  та  $\Theta_0$ ) і реактивні зусилля  $R_n$ ,  $n=1,2..N$ . Система рівнянь представляється у матричній формі:

$$AX = B \quad (7)$$

де  $A$  - матриця коефіцієнтів при невідомих розміром  $(N+2) \times (N+2)$ ;

$B$  - вектор - стовбець правих частин розміром  $(N+2)$ ;

$X = [y_0, \Theta_0, R_1, R_2, \dots, R_N]$  - вектор – стовбець невідомих (рішення).

Вирази для матриць  $A$  та  $B$  приведені у роботі [18].

Зазначимо, що запропонований підхід дозволяє підрахувати сумарні переміщення будь якого перерізу вала внаслідок його згинання з врахуванням поперечної податливості його пружних опор – підшипників [18,19].

Аналіз літератури по розрахункам пружних характеристик підшипників показує, що навіть без врахування технологічних зазорів і посадок на вал, жорсткість підшипників є суттєво нелінійною. Так у роботі [18] отримано вираз для радіальної секучої жорсткості шарикопідшипника з врахуванням зазору:

$$C_n(R_n) = 787(nr)^{0,666} (dR_n)^{0,333} \quad (8)$$

де  $n$  - кількість рядів шариків у підшипнику;  $r$  - кількість шариків у одному ряді;  $d$  - діаметр шарика.

$C_n(R_n)$  [н/мм] - жорсткість  $n$  – ої опори, яка нелінійно залежить від величини її реакції  $R_n$ , внаслідок чого вирішальна система (7) стає нелінійною.

У разі відсутності зазору в залежності (8) замість постійного множника 787 слід використовувати 751.

Для подолання нелінійності при рішенні системи (7) використовується метод послідовних ітерацій, який реалізований наступним чином:

1. задається початковий набір жорсткостей опор  $C_{n0}, n=1,2,3..N$ ;
2. вирішується система лінійних рівнянь (7) і визначається початковий набір реактивних зусиль  $R_{n1}, n=1,2,3..N$ ;
3. по відповідним залежностям для  $C_n(R_n)$  вираховується новий набір жорсткостей опор  $C_{n1}(R_n), n=1,2,3..N$ ;

4. із рішення системи (7) визначається новий набір реактивних зусиль  $R_{n2}, n = 1, 2, 3 \dots N$ ;
5. перевіряється критерій досягнення точності (з величин жорсткостей чи реактивних зусиль) і якщо вона не досягнута, починається процес ітерацій з пункта 3.

Система рівнянь для конкретної розрахункової схеми складається автоматично з врахуванням діючих зовнішніх зусиль. У якості аргументів передаються масиви довжин ділянок вала і жорсткостей опор, модуль пружності, осьовий момент інерції перерізу вала, значення зовнішніх зусиль та точки їх прикладання. У даній роботі задача вирішувалась у пакеті MatLAB на основі програмного забезпечення, розробленого в [18].

**Результати розрахунків.** Головним критерієм, визначаючим розміри шпindelних валів є величина допустимих переміщень. Тому основними розрахунками шпindelних вузлів є розрахунки на жорсткість. Жорсткість шпинделя визначає його здатність протистояти переміщенням під дією сили різання. Вона визначається як величина, зворотна переміщенню переднього кінця валу шпинделя під дією одиничного зусилля. Кут повороту осі шпindelного валу теж є важливою характеристикою. Прогин переднього перерізу вала шпинделя визначає відхилення розмірів деталі, що обробляється, а кут повороту – похибки форми деталі і перекося кілець підшипників.

У типових розрахунках на жорсткість враховується, як правило, тільки деформація вала шпинделя та його опор. Деформації деталі, що обробляється, ріжучого інструменту, елементів з'єднання інструменту зі шпindelом визначаються додатковими розрахунками. В результаті статичного аналізу визначаються згинальна, осьова, а часто і крутна жорсткість.

Жорсткість визначається по переміщенню переднього перерізу шпindelного валу під навантаженням:

$$C = F/\Delta,$$

де  $F$  - зусилля, прикладене в переднього перерізу шпindelного валу;

$\Delta$  - величина переміщення в напрямку відповідного зусилля.

Величина, зворотна до жорсткості, називається податливістю.

При розрахунках радіальної жорсткості, радіальна складова сили різання  $F_r$ , яка діє на передній кінець валу шпинделя, розкладається по двом головним площинам, що перетинають вісь вала. Підраховуються величини відповідних радіальних (згинальних) переміщень  $\Delta_1$  та  $\Delta_2$  його кінця в цих площинах, сумарне переміщення

$$\Delta = \sqrt{(\Delta_1^2 + \Delta_2^2)} \quad (9)$$

і наведена радіальна жорсткість

$$C_r = F_r/\Delta, \quad (10)$$

Сучасні підходи, що до визначення переміщень, базуються на необхідності застосування суперпозиції ряду складових переміщення перерізу. Тому, переміщення у будь якій головній площині визначається наступним чином:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4, \quad (11)$$

де  $\Delta_1$  - переміщення, викликане згинанням валу шпинделя;

$\Delta_2$  - переміщення, викликане податливістю пружних опор – підшипників;

$\Delta_3$  - переміщення, викликане реактивними (защемляючими) моментами, які виникають у пружних опорно-упорних підшипниках;

$\Delta_4$  - переміщення, викликане податливістю контакту між кільцями підшипника і поверхнею вала.

Переміщення (11) використовується у подальшому для розрахунку відповідної жорсткості (10).

Перераховані вище пружні компоненти переміщень вала в розрахунковому перерізі визначаються при сумісній дії відповідної компоненти сили різання і згинаючих зусиль, діючих на вал з боку привода, у найбільш інтенсивному режимі роботи верстату.

Оцінка жорсткості шпindelного валу проводиться виходячи з вимог до точності обробки. При цьому визначаються абсолютні значення прогину, кута повороту і поздовжнього переміщення переднього перерізу валу шпинделя. Вони порівнюються з допусками на лімітуючі характеристики геометрії деталі. Розраховуються також кути повороту опорних перерізів валу з метою оцінки кутів перекося кілець підшипників, величина яких обмежується міцністю і довговічністю підшипникового вузла.

У роботі проведено статичний аналіз шпindelного валу розточувальної машини ХТ7809-0524,

призначеної для розточування отворів великого діаметру. Мобильна машина входить до складу пристосування ТР79-746 (рис.2). Розточувальна машина спроектована для сумісної обробки осьових отворів діаметром від 128 до 144мм по класу точності Н7 у фланцевих з'єднаннях валів генераторів і турбін.

Базова конструкція пристосування складається з підставки для закріплення на деталі, що обробляється розточувальною машиною, самої машини ХТ7809-0524, пневматичної машини ХТ7809-0524, яка є приводом до розточувальної машини, інструменту.

В залежності від процесу обробки відповідний інструмент (розточувальна головка, зенкер, розгортка) фіксується у передній частині шпindelного вала розточувальної машини. Робоче обертання здійснюється пневматичною машиною, осьове – у автоматичному режимі з фіксованою швидкістю подачі.

Розточувальна машина ХТ7809-0524 має наступні основні технічні характеристики: швидкість обертання валу шпindelя – 5,3 об/хв, швидкість осьового переміщення шпindelя робоча – 0,48 мм/об, пришвидчена – 8 мм/об, максимальний крутний момент – 2060 нм.

Розточувальна машина ХТ7809-0524 є шпindelним вузлом, який приводиться до роботи пневматичною машиною ХТ7809-0527 через черв'ячну пару (Рис. 2).

Шпindelний вузол кріпиться на підставці, а остання – на оброблюємій деталі (Рис. 2).

Конструкція шпindelного вузла розточувальної машини показана на рис. 3.

Робочий інструмент розміщений на передньому кінці шпindelного вала. Шпindelний вал підтримується двома радіальними підшипниками марки 60210 ГОСТ 7242-81 і через черв'ячну шестерню - трьома опорними підшипниками марки 7000114 ДСТУ ГОСТ 8338:2008. Обертання шпindelного вала забезпечується черв'ячною парою, а осьова подача – поворотом шестерні-гайки з постійною фіксованою кутовою швидкістю.

Для статичного аналізу шпindelний вал моделюється балкою (моделі Тимошенко), яка спирається на п'ять нелінійно пружних радіальних опор – підшипників (Рис. 1). Розрахунки проводились для максимального виліту вала (довжині консолі  $L_1$ ). Переріз балки дорівнює перерізу шпindelного вала ( $D = 50\text{мм}$ ), посилююча жорсткість черв'ячної шестерні не враховується.

Варіанти розрахункових схем шпindelного вала приведені на рис.1:

- а) для оцінки згинальної жорсткості;
- б) для розрахунку прогинів та кутів повороту у робочому режимі;
- в) для оцінки міцності.

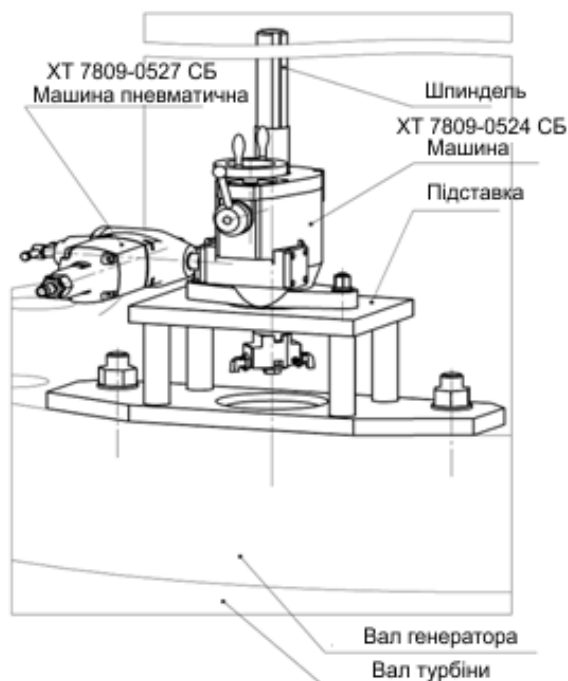


Рис.2 – Загальний вид пристосування ТР79-746

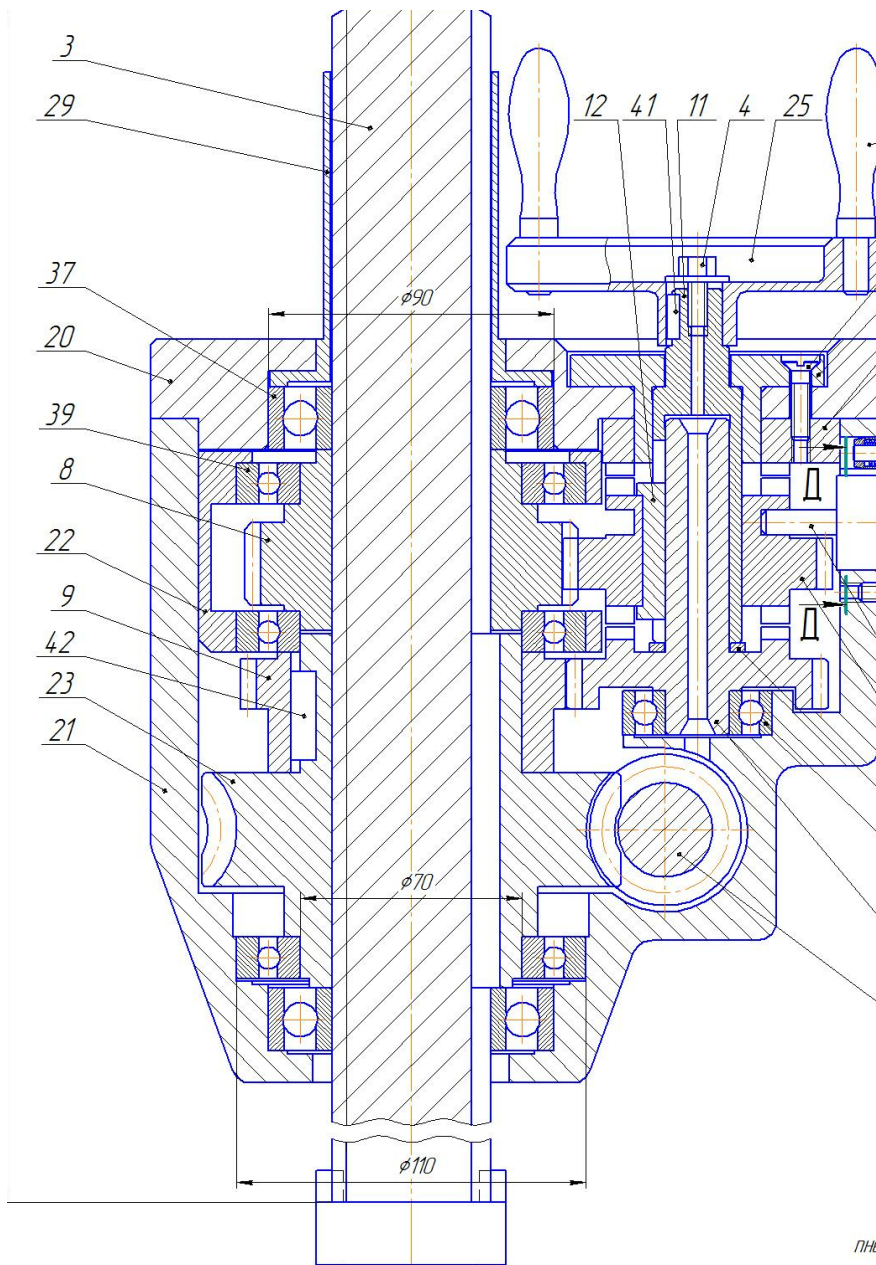


Рис.3 – Конструкція шпиндельного вузла розточувальної машини

Для розрахунку жорсткості вал у зоні різання навантажувався однією радіальною силою. Оскільки у даному устаткуванні використовуються інструменти з симетрично розташованими ріжучими вставками, сумарні складові сили різання  $F_{xr}, F_{yr}, M_{xr}, M_{yr}$  дорівнюють нулю і вал згинається під дією зусиль  $F_{xpr}, F_{ypr}, M_{xpr}$  з боку приводної черв'ячної шестерні. При розрахунку міцності шпиндельного валу окрім згинання треба враховувати кручення моментами  $M_{zr}, M_{zpr}$  і стискання силами  $F_{zr}, F_{zpr}$  (див. рис. 1).

Вихідними даними для розрахунків є значення зовнішніх зусиль  $F_{xpr}, F_{ypr}, F_{zpr}, M_{xpr}, M_{ypr}, M_{zpr}$ , модуль пружності  $E$ , модуль зсуву  $G$ , коефіцієнт форми перерізу  $K_t$ , осьові моменти інерції  $I_x, I_y$ , полярний та осьовий моменти опору  $W_r = 2W_x$ , площа поперечного перерізу валу  $A$ , масиви довжин ділянок  $L_n$  і початкових значень жорсткостей опор  $C_n, n=1,2,3,4,5$ , номер  $k-1=2$  опори і координата  $L_{k1}=L_{31}$  точки прикладання зусиль, діючих з боку привода.

Зусилля  $F_{xpr}, F_{ypr}, F_{zpr}, M_{zpr}$ , діючі з боку черв'ячного приводу підраховувались по відповідним залежностям з [21]. Стартові жорсткості пружних опор – підшипників вибирались по графічним даним з роботи [22].

Зовнішні зусилля, фізичні та геометричні характеристики розрахункової схеми подані в Табл. 1 і 2.



Таблиця 1 – Зовнішні зусилля

Зовнішні сили						
$F_{xpr}$ , кН	$F_{ypr}$ , кН	$F_{zpr}$ , кН	$F_{zr}$ , кН	$M_{ypr}$ , Нм	$M_{zpr}$ , Нм	$M_{zr}$ , Нм
12,7	35,0	3,23	3,23	194,0	2100	2100

Таблиця 2 – Фізичні та геометричні характеристики

Фізичні та геометричні характеристики						
$E$ , МПа	$G$ , МПа	$A$ , мм <sup>2</sup>	$I_x = I_y$ , мм <sup>4</sup>	$W_r = 2W_x$ , мм <sup>3</sup>	$K_t$	$L_{k1}$ , мм
$2,0 \cdot 10^5$	$0,8 \cdot 10^5$	1960	$3,07 \cdot 10^5$	$2,46 \cdot 10^4$	1,3	62,7

Характеристики підшипників, які використовуються у шпindelному вузлі розточувальної машини ХТ7809-0524 і стартові значення їх жорсткостей, що розраховувались по залежностям з [17] приведені у Табл. 3.

Таблиця 3 – Характеристики підшипників

Марка однорядного радіального підшипника	Внутрішній діаметр, мм	Кількість шариків	Діаметр шарика, мм	Стартова жорсткість Н/мм	Коеф. жорсткості у (8)
69210 ГОСТ 7242-81	50	10	12.7	$100 \cdot 10^3$	751
7000114 ГОСТ 8338:2008	70	18	7.94	$85 \cdot 10^3$	751

Довжина консолей та між опорних відстаней (див. рис. 1) наведені у таблиці 4.

Таблиця 4 – Довжина консолей та між опорних відстаней

Довжина консолей		Довжина міжопорних відстаней			
$L_1$ , мм	$L_6$ , мм	$L_2$ , мм	$L_3$ , мм	$L_4$ , мм	$L_5$ , мм
780,5	130	18,7	103,7	46,7	21,5

Рішення задачі статичного аналізу виконується інтегруванням диференціального рівняння зігнутої осі балки прямим методом початкових параметрів, який адаптований для багато опорних валів на нелінійно пружних опорах у середовищі пакету MatLAB [18].

Для розрахункових схем, які представлені на рис. 1 були вирішені наступні задачі.

**Задача 1.** Обчислення переміщень під дією одиничних зусиль  $F_{yr}^* = 1$  та  $M_{xr}^* = 1$  у типовому розрахунку на жорсткість з метою визначення рівня лінійної та кутової жорсткості шпindelного вузла у зоні різання (схема на рис. 1а).

**Задача 2.** Обчислення прогину під одиничною згинальною силою з боку приводу  $F_{ypr}^* = 1$ , який характеризує жорсткість шпindelного валу на між опорній ділянці (схема на рис. 1b).

**Задача 3.** Обчислення прогину і кутів повороту у зоні різання та на передній опорі під дією зусиль з боку приводу  $F_{xpr}, F_{ypr}, M_{ypr}$  (згинаючі зусилля в зоні різання дорівнюють нулю) і оцінка жорсткості шпindelного вузла на робочому режимі (схема на рис. 1с).

**Задача 4.** Обчислення внутрішніх зусиль (згинаючих та крутних моментів, поздовжніх сил), виникаючих на робочому режимі під дією  $F_{xpr}, F_{ypr}, F_{zpr}, F_{zr}, M_{xpr}, M_{zpr}, M_{zr}$  та оцінка міцності шпindelного валу (див. схему на рис. 1с).

**Задачі 1,2.** Жорсткість визначалась по переміщенням перерізів шпindelного валу під одиничним навантаженням (див. рис. 1а):  $C_{rr} = F_{yr}^* / y_0$ ,  $C_{r\Theta} = M_{xr}^* / \Theta_0$ ,  $C_{pr\Theta} = F_{xpr}^* / \Theta_{pr}$ . У таблиці 5 приведені значення прогинів і кута повороту крайнього перерізу вала під дією одиничної сили та одиничного моменту, а також прогин під дією одиничної сили, прикладеної з боку приводу. У цій таблиці приведені і відповідні значення жорсткостей.

Таблиця 5 – Лінійні та кутові жорсткості при згинанні

Номер задачі	Прогин під одиничною силою, мкм	Лінійна изгибная жесткость, н/мкм	Кут повороту під одиничним моментом, рад	Кутова жорсткість, нм/рад
1. $F_{yr}^* = 1$ ( $M_{xr}^* = 1$ )	5,28	0,19	$3,87 \cdot 10^{-6}$	$258 \cdot 10^3$
2. $F_{ypr}^* = 1$	0.038	26,3	-	-

**Задача 3.** Задача вирішувалась для двох варіантів розрахункової схеми вала на робочому режимі (див. рис. 1с). У варіанті 1 визначались переміщення у характерних перерізів валу для розрахункової схеми,

зображеної на рис. 1с, та проводилась оцінка його жорсткості на робочому режимі. У варіанті 2 вирішувалась та ж задача, але крайній переріз (зона різання) пружно закріплювався опорою великої жорсткості ( $C = 500$  Н/мкм), що відповідає реальним умовам процесу розточування розточною головкою, оскільки вона спирається на оброблену поверхню. Результати розрахунків приведені у таблиці 6.

В таблиці 7 представлені жорсткості опор, отримані при вирішенні задачі 3, а також стартові (довідкові) жорсткості, розраховані по залежностям з [17]. Результати розрахунку переміщень зі стартовими жорсткостями у другому варіанті задачі 3 зведені в останній рядок таблиці 6.

Таблиця 6 – Переміщення перерізів валу на робочому режимі

№ варіанту	Прогин кінцевого перерізу, мкм			Кут повороту кінцевого перерізу, хв.		Кут повороту на передній опорі, хв	
	$y_0$	$x_0$	$(x_0^2 + y_0^2)^{0,5}$	$\Theta_{x0}$	$\Theta_{y0}$	$\Theta_{x1}$	$\Theta_{y1}$
1	308	171	352	1,55	0,818	1,55	0,818
2	2,9	1,6	3,05	0,51	0,207	1,54	0,653
Вар. 2, стартові жорсткості опор	1,1	0,576	1,24	0,222	0,206	1,67	0,777

Таблиця 7 – Розрахункові жорсткості опор

Задача 3	Жорсткості опор у площинах $yoz$ и $xoz$ , н/мкм									
	$C_1$		$C_2$		$C_3$		$C_4$		$C_5$	
	$yoz$	$xoz$	$yoz$	$xoz$	$yoz$	$xoz$	$yoz$	$xoz$	$yoz$	$xoz$
Варіант 1	165	96	258	156	238	184	150	142	55	82
Варіант 2	150	100	240	159	256	182	174	140	83	81
Стартові жорсткості	100	100	85	85	85	85	85	85	100	100

На рисунку 4 приведений розподіл прогинів шпindelного валу при згинанні у площині  $yoz$  (див. рис. 1с) для варіантів 1,2 задачі 3 та при стартових значеннях жорсткостей опор (для вар.2).

**Задача 4.** Для оцінки міцності проведено підрахунок внутрішніх зусиль (згинальних та крутних моментів, поздовжніх сил), виникаючих у шпindelному валі на робочому режимі. Їх розподіл показан на рис. 5.

З трафіків на рисунку 5 видно, що оцінку міцності слід проводити у перерізі, де прикладені зовнішні зусилля  $F_{xpr}, F_{ypr}, F_{zpr}, F_{zr}, M_{xpr}$ , діючі з боку приводу (див. рис. 1с). Шпindelний вал знаходиться під сумісною дією згинання, кручення і стискання. Еквівалентне напруження у небезпечній точці розраховується по енергетичній гіпотезі міцності (Мізеса):

$$\sigma_{екв} = ((M_{сум}/W_x + N/A)^2 + 4(M_k/W_r)^2)^{0,5}$$

де  $M_{сум} = (M_x^2 + M_y^2)^{0,5}$

**Прогини**



Рис.4 – Розподілення прогинів по довжині валу

### Внутрішні зусилля

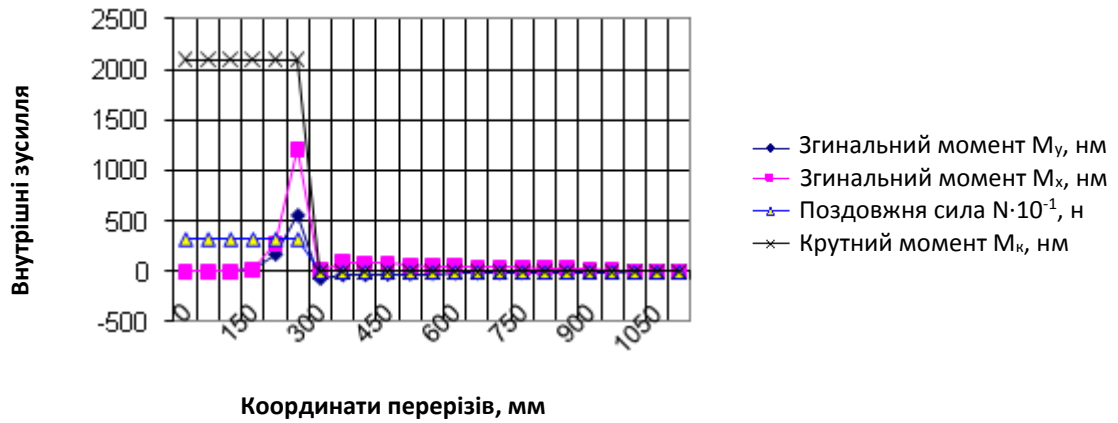


Рис.5 – Внутрішні зусилля

Величини внутрішніх зусиль і еквівалентного напруження  $\sigma_{\text{екв}}$  в опасному перерізі приведені у таблиці 8.

Таблиця 8 – Внутрішні зусилля та еквівалентне напруження

Внутрішні зусилля в опасному перерізі					Еквівалентне напруження $\sigma_{\text{екв}}$ , МПа
$M_x$ , нм	$M_y$ , нм	$M_{\text{сум}}$ , нм	$M_k$ , нм	$N$ , н	
1212	565	1337	2100	3270	204

Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити наступні висновки:

- обчислення згинальних переміщень під одиничною силою дозволило визначити рівні лінійної та кутової жорсткості шпиндельного валу в зоні різання (табл. 5). Внаслідок значного виліту валу його жорсткість виявилася замалою (0,19 н/мкм), нижчою за величину, яка рекомендована для верстатного устаткування (200 – 250 н/мкм). Враховуючи малу жорсткість, робочий інструмент (розточувальні головки, зенкери, розгортки) повинні мати періодично встановлені ріжучі леза для мінімізації згинаючих складових сил різання;
- жорсткість шпиндельного валу на між опорній ділянці 26,3 н/мкм (табл. 5) також нижче рекомендованої у машинобудуванні;
- при пружному закріпленні валу у зоні різання, що відповідає реальним умовам деформування в процесі обробки (вар. 2 задачі 3), відхилення кінцевого перерізу валу на робочому режимі в 3,05 мкм (див. табл. 6) відповідає вимогам які висуваються до точності обробки (2 – 3 мкм);
- кут повороту на передній опорі у робочому режимі (кут перекосу) у 1,54 хв. значно нижчий нормативного, прийнятого у верстатобудуванні (6 хв.);
- рівень максимальних напружень на робочому режимі (204 МПа) є достатнім для забезпечення необхідного запасу міцності шпиндельного валу при умові його виготовлення з високо міцної сталі;
- використання нелінійної моделі для розрахунків жорсткості опор – підшипників дає суттєве уточнення рішення задачі статичного аналізу багатоопорного шпиндельного валу (50 – 60%).

### Висновки.

1. Аналіз спеціальних вимог та критеріїв до мобільних верстатів дозволив виявити, що ефективність його роботи залежить від жорсткості шпиндельного вузла, яка складає понад 40% жорсткості самого верстату.
2. На базі відомих підходів до статичних розрахунків шпиндельних вузлів запропоновані розрахункові схеми та математична модель для статичного аналізу цієї проблеми.
3. Для розрахунків деформацій згинання у запропонованому підході використовується модель балки Тимошенко. Рішення диференційного рівняння зігнутої осі балки здійснюється методом початкових параметрів у матричній формі.
4. Особливістю роботи є врахування нелінійної залежності деформації підшипників від діючих на них навантажень, що дозволило отримати вираз для радіальної жорсткості шарикопідшипника.
5. Нелінійна система рівнянь формується автоматично для конкретної розрахункової схеми. Для її рішення застосовується метод простих послідовних ітерацій.
6. У якості прикладу проведено статичний аналіз шпиндельного валу портативної розточувальної машини ХТ7809-0524, призначеної для розточування отворів великого діаметру.
7. Для декількох варіантів розрахункових схем проведена оцінка згинальної жорсткості, розрахунок прогинів та кутів повороту у робочому режимі. Зроблена оцінка міцності шпиндельного валу.

8. З'ясовано що:  
лінійна жорсткість шпиндельного вала розточувальної машини ХТ7809-0524 нижче нормативної, прийнятої у верстатобудуванні;  
кут повороту на передній опорі у робочому режимі (кут перекосу) значно нижчий, ніж допустимий у верстатобудуванні;  
рівень максимальних напружень на робочому режимі є прийнятним і достатнім для забезпечення необхідного запасу міцності вала.
9. Використання нелінійної моделі для розрахунку жорсткостей опор - підшипників дає суттєве уточнення рішення задачі статичного аналізу шпиндельних валів.

#### Список літератури

1. Чернянский П.М. Жесткость металлорежущих станков: Учебное пособие М.: изд. МВТУ, 1969. 20 с.
2. Решетов Д.Н. Расчет валов (шпинделей) с учетом упругого взаимодействия их с опорами. М.: Машгиз, 1939. 75 с.
3. Shareef, K.J.H, Brandon, J.A., "On the Quasi-Static Design of Machine Tool Spindles, " *Journal of Engineering Manufacture*, Voi. 204, 1990, pp. 91-104.
4. Зверев И.А., Самохвалов Е.И., Левина З.М. Автоматизированные расчеты шпиндельных узлов // *Станки и инструмент*, 1984. №2. с.11-15.
5. Yang S (1981), A study of the static stiffness of machine tool spindles, *Int. J. Mach. Tool Des. Res* **21**: 23-40. DOI.org/10.1016/0020-7357(81)90011-
6. Cao Y and Altintas Y (2007), A general method for the modelling of spindle-bearing systems, *J. Mech. Des. Transactions of the ASME* **126**: 1089-1104. DOI:10.1115/1.1802311
7. Cao H, Li B and He Z (2013), Finite Element Model Updating of Machine-Tool Spindle Systems, *Journal of Vibration and Acoustics* **135**: 0245031-0245034. DOI: 10.1115/1.4023045 4
8. Левина З.М., Зверев И.А. Расчет статических и динамических характеристик шпиндельных узлов методом конечных элементов // *Станки и инструмент*, 1986. №8. с.6-9.
9. D.E. Patil, V. A. Kamble, A.R. Balwan Design and Analysis of a Spindle of Special Purpose Drilling Machine by using Solid Works *Journal of Mechanical & Mechanics Engineering Volume 2 Issue 1 Page 1-12 2016*.
10. Satish Kumbhar, Vikram birangane, Design and Analysis of Machine Tool Spindle *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT) – Volume 48 Number 7 June 2017 387-392*
11. Satish Kumbhar, Vikram Birangane and Dynamic Analysis of Lathe Spindle using ANSYS *International Journal of Applied Engineering Research Volume 13, Number 9 (2018) pp. 6994-7000*
12. Jin-Woo Choia Development of an Automation Tool for the Three-Dimensional Finite Element Analysis of Machine Tool Spindles *Journal of the Korean Society of Manufacturing Technology Engineers* 24:2 (2015) 166~171
13. G. Subramani, R. Suvada, S.G. Kapoor, R.G. DeVor, W. Meingast, A model for the prediction of force system for cylinder boring process, *Proc. XV. NAMRC (1987) 439-446*.
14. Y. Altintas, *Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations and CNC Design*, Cambridge University Press, 2000.
15. E.J.A. Armarego, M. Uthaichaya, Mechanics of cutting approach for force prediction in turning operations, *J. of Engineering Production* 1 (1977) 1-18.
16. J.A., Armarego, *Material removal processes—An intermediate course*, University of Melbourn, 1993.
17. Справочник технолога-машиностроителя. В двух томах. Т.2. Под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова. – М.: Машиностроение, 1985.
18. O. Kyrkach, V. Khavin, I. Khavina, "A computational technique for the static analysis of multi-support spindle shafts with nonlinear elastic bearings", *Proceedings of 2020 IEEE KhPI Week on Advanced Technology Conference, Kharkiv, Ukraine, 5-10 Oct. 2020*, pp. 402-406.
19. An Enhanced Computational Technique for the Static Analysis of Multi-Support Spindle Shafts with Nonlinear Elastic Bearings, Valeriy Khavin; Oleksiy Kyrkach; Borys Kyrkach *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek) 13-17 September 2021 Kharkiv, Ukraine*
20. Harris Tedric A. *Rolling bearing analysis / Tedric A. Harris. - 4th ed., (2001) 1074*.
21. Киркач Н.Ф., Баласаиян Р.А. Расчет и проектирование деталей машин (Учеб. пособие для техн. вузов).- 3-е изд., перераб. и доп. – Х., Основа, 1991.- 276 с.
22. Колесников, Л.А. Исследование статических и динамических характеристик шпиндельных узлов станков при автоматизированном проектировании: учебно-методическое пособие для студентов специальности 1-36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного производства» / Л.А. Колесников. – Минск: БНТУ, 2017. – 55 с.

#### Bibliography (transliterated):

1. P.M. Chernjanskij, "Zhestkost' metallovezhushchih stankov", MVTU, 1969, 20s
2. D.N. Reshetov, "Raschet valov (shpindelej) s uchetom uprugogo vzaimodejstvija ih s oporami", Mashgiz, 1939 75c.
3. Shareef, K.J.H, Brandon, J.A., "On the Quasi-Static Design of Machine Tool Spindles, " *Journal of Engineering Manufacture*, Voi. 204, 1990, pp. 91-104.
4. Zverev.I.A., Samokhvalov E.I., Levina Z.M. Avtomatizirovannye raschety shpindelnykh uzlov. Stanki i instrymnt. 1984. №2. s.11-15.
5. Yang S (1981), A study of the static stiffness of machine tool spindles, *Int. J. Mach. Tool Des. Res* **21**: 23-40. DOI.org/10.1016/0020-7357(81)90011-
6. Cao Y and Altintas Y (2007), A general method for the modelling of spindle-bearing systems, *J. Mech. Des. Transactions of the ASME* **126**: 1089-1104. DOI:10.1115/1.1802311
7. Cao H, Li B and He Z (2013), Finite Element Model Updating of Machine-Tool Spindle Systems, *Journal of Vibration and Acoustics* **135**: 0245031-0245034. DOI: 10.1115/1.4023045 4
8. Z.M. Levina, I.A. Zverev, "Raschet sticheskih i dinamiceskikh harakteristik shpindel'nyh uzlov metodom konechnyh elementov", *Stanki i instrument*, №8, 1986, s.6-9 (in Russian).

9. D.E. Patil, V. A. Kamble, A.R. Balwan Design and Analysis of a Spindle of Special Purpose Drilling Machine by using Solid Works Journal of Mechanical & Mechanics Engineering Volume 2 Issue 1 Page 1-12 2016.
10. 10.. Satish Kumbhar, Vikram birangane, Design and Analysis of Machine Tool Spindle International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT) – Volume 48 Number 7 June 2017 387-392
11. Satish Kumbhar, Vikram Birangane and Dynamic Analysis of Lathe Spindle using ANSYS International Journal of Applied Engineering Research Volume 13, Number 9 (2018) pp. 6994-7000
12. Jin-Woo Choia Development of an Automation Tool for the Three-Dimensional Finite Element Analysis of Machine Tool Spindles Journal of the Korean Society of Manufacturing Technology Engineers 24:2 (2015) 166~171
13. G. Subramani, R. Suvada, S.G. Kapoor, R.G. DeVor, W. Meingast, A model for the prediction of force system for cylinder boring process, Proc. XV. NAMRC (1987) 439–446.
14. Y. Altintas, Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations and CNC Design, Cambridge University Press, 2000.
15. E.J.A. Armarego, M. Uthaichaya, Mechanics of cutting approach for force prediction in turning operations, J. of Engineering Production I (1977) 1–18.
16. J.A., Armarego, Material removal processes—An intermediate course, University of Melbourn, 1993
17. Spravochnik tehnologa-mashinostroitelja. V dvuh tomah. T.2. Pod. red A. Kosilovoj I R. Mesherjakova. – M.:Mashinostroenije, 1985/
18. O. Kyrkach, V. Khavin, I. Khavina, "A computational technique for the static analysis of multi-support spindle shafts with nonlinear elastic bearings", Proceedings of 2020 IEEE KhPI Week on Advanced Technology Conference, Kharkiv, Ukraine, 5-10 Oct. 2020, pp. 402-406.
19. An Enhanced Computational Technique for the Static Analysis of Multi-Support Spindle Shafts with Nonlinear Elastic Bearings, Valeriy Khavin; Oleksiy Kyrkach; Borys Kyrkach 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek) 13-17 September 2021 Kharkiv, Ukraine
20. Harris Tedric A. Rolling bearing analysis / Tedric A. Harris. - 4th ed.,(2001)1074
21. Kyrkach N., Balasanyan R. Raschet I proektirovaniye detalej mashin. (Ychebn. posodije dlja techn. vuzov.) – 3-je izd., pererab. i dop. – Ch., Osnova, 1991.-276 s.
22. Kolesnikov L. Issledovaniye staticheskih i dinamicheskikh harakteristik shpindelnuh yzlov stankov pri avtomatizirovanom proektirovanii: ychebno-metodicheskoe posobije dlja studentov specialnosti 1-36 01 03 «Tehnologicheskoe oborudovanie mashinostroitel'nogo proizvodstva» / L. Kolesnikov.- Minsk, BNTU, 2017 – 55 s.

*Поступила (received) 24.02. 2023*

*Відомості про авторів / About the Authors*

**Хавін Валерій Львович (Khavin Valerij)** – кандидат технічних наук, професор кафедри теоретичної механіки та опору матеріалів Навчально-наукового інституту комп'ютерного моделювання, прикладної фізики та математики Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», тел. (057)707-61-78; e-mail: [Valerij.Havin@khp.edu.ua](mailto:Valerij.Havin@khp.edu.ua), ORCID: 0000-0002-4827-6474.

**Киркач Борис Миколайович (Kyrkach Borys)** – кандидат технічних наук, професор кафедри теоретичної механіки та опору матеріалів Навчально-наукового інституту комп'ютерного моделювання, прикладної фізики та математики Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», тел. (057)707-62-33; e-mail: [Borys.Kyrkach@khp.edu.ua](mailto:Borys.Kyrkach@khp.edu.ua), ORCID: 0000-0002-0432-12965.

**Киркач Олексій Борисович (Kyrkach Oleksiy)** – інженер-механік-конструктор, ТОВ «Енейбл Україна»; тел. (057)707-62-33; e-mail: [olky@enabl.dk.](mailto:olky@enabl.dk.), ORCID: 0000-0003-4594-557X.

**Хавіна Інна Петрівна (Khavina Inna)** - кандидат технічних наук, доцент кафедри кібербезпеки та DATA-технологій «Харківського національного університету внутрішніх справ»; тел. 0501007816; e-mail: [inna.khavina25@gmail.com](mailto:inna.khavina25@gmail.com), ORCID: 0000-0002-1856-1186.